جامعة 08 ماي 1945 - قالمة

كلية العلوم الاقتصادية ، العلوم التجارية و علوم التسيير
قسم العلوم التجارية
التخصص : 3LMD مالية وتجارة دولية

السنة الدراسية : 2024 - 2025
التاريخ : 11 - 05 - 2025
المدة : ساعة و45 د

امتحان السداسي الثاني في مقياس الاقتصاد القياسي

التمرين الأول :

1 - ما هو مفهوم الاقتصاد القياسي، .وما هي طبيعته؟
2 - ما هي خصائص مقدرات طريقة MCO بالنسبة للنموذج الخطي البسيط؟
3 - هل a مقدر غير متحيز؟
4 - إذا كان $R^2 = 1$ ماذا يعني هذا؟
5 - متى نستعمل اختبار غولد فيلد وكوانت، وما هي خطواته؟

التمرين الثاني :

نريد دراسة علاقة تكلفة الإنتاج بدلالة الكميات المنتجة من سلعة ما في 12 مصنع تنتمي إلى نفس الشركة فكانت النتائج المحصل عليها في الجدول التالي:

$\sum Y_i$	$\sum X_i$	$\sum X_i Y_i$	$\sum X_i^2$	$\sum Y_i^2$	$\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$	$Var(\hat{a})$	$Var(\hat{b})$
1225	390	50325	16250	158825	2860.27	108.34	0.08

المطلوب:

1 - دراسة العلاقة الارتباطية بين هذين المؤشرين ؟
2 - تقدير النموذج المقترح لهذه العلاقة علما أنّها ؟
3 - تقييم جودة النموذج عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ حيث $F_{tab} = 4.96$ ؟
4 - تقييم المعنوية الإحصائية لمعاملات النموذج عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ حيث $t_{tab} = 2.23$ ؟
5 - اختبر ثبات تباين الأخطاء إذا علمت: $t_{tab} = 2.23$; $\sum_{i=1}^{12} D^2 = 250$; $R^2_{|\varepsilon|X} = 0.57$

ملاحظـة : يأخذ التقريب إلى 10^{-2}.

التمرين الثالث :

ليكن النموذج الافتراضي للمعادلات الاقتصادية الآنية التالية :

$$\begin{cases} Y_1 = \alpha + b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \\ Y_2 = \beta + a_{23}X_3 \\ Y_3 = \gamma + b_{32}Y_2 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 \end{cases}$$

أمّا الشكل المختزل المقدر هو:

$$\begin{cases} \hat{Y}_1 = -5 + X_1 + 3X_2 + 2X_3 \\ \hat{Y}_2 = 10 - 20X_1 + 50X_2 + 5X_3 \\ \hat{Y}_3 = 25 + 5X_1 + 4X_2 - X_3 \end{cases}$$

المتغيرات الداخلية هي : Y_1 ، Y_2 ، Y_3 المتغيرات الخارجية فهي : X_1 ، X_2 ، X_3 وكذلك بعض النتائج:

$\overline{Y_2}$	$\overline{Y_2X_3}$	$\overline{X_3}$	$\overline{X_3^2}$	$\overline{Y_3}$
105	8750	65	4450	85

المطلوب : 1 - أوضح طبيعة تحديد المعادلات الهيكلية الموجودة في هذا النموذج ؟
2 - أوجد المعاملات المقدرة لهذه المعادلات الهيكلية ؟

بالـــــتوفيـــــــق

الحل النموذجي لامتحان مقياس الاقتصاد القياسي

التخصص : FCI - 3LMD

العام الدراسي : 2023/2024

التمرين الأول:

1- مفهوم الاقتصاد القياسي :

الاقتصاد القياسي Econometrics مكون من كلمتين Economie وتعني الاقتصاد و Metric وتعني القياس أي هو فرع من فروع الاقتصاد يعني بقياس (0,25) الظواهر الاقتصادية بعض التغير الكمي عن الظواهر الاقتصادية (0,25)

طبيعته : تعتمد على دمج النظرية (0,25) الاقتصادية العلاقات الرياضية والطرق والأساليب الإحصائية

* فهو ملتقى لثلاث ميادين: الاقتصاد الرياضيات، الإحصاء (0,25)

2- خصائص مقدرات MCO بالنسبة للنموذج خ.ب:

أ- خاصية عدم التحيز:

(0,25) $E(\hat{a}) = a$

$E(\hat{b}) = b$

ب- خاصية الكفاءة: - غير متحيزين (0,25)

- لكل من $\hat{a}$ و $\hat{b}$ أصغر تباين حيث: (0,25)

$$Var(\hat{b}) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \quad Var(\hat{a}) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

3- بالفعل $\hat{a}$ مقدر غير متحيز:

$E(\hat{a}) = a$?

لدينا: $\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X}$ (0,25)

$$\hat{a} = \frac{\sum Y_i}{n} - \hat{b}\bar{X} \quad (0,25)$$

$$= \frac{\sum (a + bX_i + \varepsilon_i)}{n} - \hat{b}\bar{X}$$

$$= \frac{\sum a}{n} + b\frac{\sum X_i}{n} + \frac{\sum \varepsilon_i}{n} - \hat{b}\bar{X}$$

$$\hat{a} = a + b\bar{X} + \frac{\sum \varepsilon_i}{n} - \hat{b}\bar{X} \quad (0,25)$$

ومنه:

$$E(\hat{a}) = a + b\bar{X} + \frac{\sum E(\varepsilon_i)}{n} - \bar{X}E(\hat{b})$$

(0,25) $= a + b\bar{X} - b\bar{X} = a$ (0,25)

ومنه فعلا $\hat{a}$ مقدر غير متحيز لـ a.

4- إذا كان $R^2 = 1$ (0,25)

هذا يعني $\sum(Y_i - \bar{Y})^2 = \sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$

أي أن $Y_i = \hat{Y}_i$ (0,25)

⇐ القيم التقديرية هي نفسها القيم الفعلية

⇐ النموذج المختار يعطي تطابقا تاما بين قيم (Y_i) و $(\hat{Y}_i)$ (0,25)

بالتالي معادلة التمثيل المختارة بشكل صحيح تماما. (0,25)

وأن X فقط هو الذي يؤثر على Y بنسبة 100٪.

التمرين الثاني

	X_i	Y_i	X_iY_i	X_i^2	Y_i^2
المجموع	390	1225	50325	16250	158825
المتوسط	32.5	102.08	4193.75	1354.17	13235.42
التباين	297.92	2815.09	--	(0,25) --	--
الانحراف المعياري	17.26	53.03	--	--	--

حساب التباين

$$\sigma_X^2 = \overline{X^2} - \overline{X}^2 = 1354.17 - (32.5)^2$$

$$= \boxed{297.92} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \sigma_X = \sqrt{297.92} = \boxed{17.26}$$

$$\sigma_Y^2 = \overline{Y^2} - \overline{Y}^2 = 13235.42 - (102.08)^2$$

$$= \boxed{2815.09} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \sigma_Y = \sqrt{2815.09} = \boxed{53.06}$$

1- دراسة العلاقة الارتباطية:

$$R_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{4193,75 - 32,5 \times 102,08}{17,26 \times 53,06} \quad (0,25)$$

$$= \frac{4193,75 - 3317,6}{915,82} = \boxed{0,96} \quad (0,25)$$

وهذه العلاقة ارتباطية طردية قوية جدا. (0,5)

٣- اختبار غولدفيلد وكوانت

يستعمل هذا الاختبار من أجل اختبار ثبات تباين الأخطاء. (0,25)

وتتمثل خطوات هذا الاختبار في:

أ- ترتيب المشاهدات تصاعديا ولفقدان X

ب- نقوم بحذف المشاهدات الوسطى والتي تكون في حدود الربع أو الثلث (0,25)

ج- نقدر الانحدار للمجموعة الأولى (القيم الصغرى) وكذلك للمجموعة الثانية (القيم الكبرى) (0,25)

د- نحسب مجموع مربعات الأخطاء لكلا المجموعتين $\sum \varepsilon_{1i}^2$; $\sum \varepsilon_{2i}^2$

و- نحسب تباين المجموعتين

$$\sigma_{\varepsilon_1}^2 = \frac{\sum \varepsilon_{1i}^2}{n_1 - K}$$

$$\sigma_{\varepsilon_2}^2 = \frac{\sum \varepsilon_{2i}^2}{n_2 - K} \quad (0,25)$$

ثم نحسب

$$F_{réel} = \frac{\sigma_{\varepsilon_1}^2}{\sigma_{\varepsilon_2}^2}$$

ثم نستخرج

$$F_{tab} = F(v_1 = n_2 - K \; ; \; v_2 = n_2 - K)$$

(0,25)

القرار:

$F_{réel} > F_{tab} \Leftarrow$ نرفض H_0 ونقبل H_1

أي عدم ثبات التباين

والعكس صحيح إذا كان $F_{réel} < F_{tab}$.

12- تقدير النموذج:

$$\hat{b} = \frac{\overline{XY} - \overline{X}\cdot\overline{Y}}{\sigma_X^2} = \frac{876,12}{297,92} = \boxed{2,94}$$ (0,25) (0,25) (0,25)

$$\hat{a} = \hat{Y} - \hat{b}\bar{X} = 102,08 - 2,94 \times 32,5$$

$$= \boxed{6,53}$$ (0,25)

ومنه: $\boxed{\hat{Y}_i = 6,53 + 2,94 X_i}$ (0,25)

3 تقييم جودة النموذج:

P- معامل التحديد: (0,25)

$$R^2 = R_{xy}^2 = (0,96)^2 = \boxed{0,92}$$ (0,25)

بما أنّ R^2 قريب من الواحد فالنموذج ذو جودة وفعالية أي 92٪ من التغيرات التي تحدث في Y يسببها التغير في X. (0,25)

ب- اختبار فيشر:

$$F_{réel} = \frac{\frac{R^2}{1-R^2}}{\frac{n-m-1}{m}} = \boxed{240}$$ (0,25) (0,25)

* بما أن $F_{tab} = 4,96 < F_{réel} = 240$ (0,25)

$\Leftarrow$

- نرفض H_0 ونقبل H_1
- النموذج جيّد التمثيل (0,5)
- R^2 موضوعية

14- تقييم المعنوية الاحصائية للمعالم:

الفرضيات

$$\begin{cases} H_0 : a = 0 \ ; \ b = 0 \\ H_1 : a \neq 0 \ ; \ b \neq 0 \end{cases}$$ (0,25)

حساب قيم ستودنت (0,25)

$$t_a = \frac{a}{\sqrt{Var(\hat{a})}} = \frac{6,53}{\sqrt{108,34}} = 0,63$$ (0,25)

$$t_b = \frac{\hat{b}}{\sqrt{Var(\hat{b})}} = \frac{2,94}{\sqrt{0,08}} = \boxed{10,50}$$ (0,25) (0,25)

القرار:

* بما أن $t_a = 0,63 < t_{tab} = 2,23$ $\Rightarrow$ نرفض H_0 ونقبل H_0 أي $a = 0$ أي a ليس ذو دلالة إحصائية (0,25)

* بما أن $t_b > t_{tab}$ $\Rightarrow$ نرفض H_0 ونقبل H_1 أي $b \neq 0$ أي b ذو دلالة إحصائية. (0,25)

2- اختبار ثبات تباين الأخطاء:

الفرضيات (0,25)

$$\begin{cases} H_0 : \text{التباين ثابت} \\ H_1 : \text{التباين غير ثابت} \end{cases}$$

- نقوم بحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

$$r_{\varepsilon_i, x} = 1 - \frac{6\sum D_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 250}{12(12^2-1)} = 1 - \frac{1500}{1716} = \boxed{0,13}$$ (0,25) (0,25) (0,25)

- ثم نحسب $t_{réel}$

$$t_{réel} = r_{\varepsilon_i x} \frac{\sqrt{n-k}}{\sqrt{1-R^2_{\varepsilon_i x}}} = \frac{0,13 \times \sqrt{10}}{\sqrt{1-0,57}} = \frac{0,13 \times 3,16}{0,66} = \frac{0,41}{0,66}$$ (0,25)

$$= \boxed{0,62}$$ (0,25)

بما أن: $t_{tab} = 2,23 > t_{réel} = 0,62$

فإننا نقبل H_0 و نرفض H_1

أي أنّ تباين الأخطاء ثابت. (0,5)

التصحيح النموذجي لامتحان الاقتصاد القياسي

الإجابة

حل التمرين الثالث :

1 - توضيح طبيعة المعادلات الهيكلية في النموذج :

المعادلة الهيكلية الأولى :

الشرط الكافي :

المتغيرات التي لم تظهر في هذه المعادلة : X_3 ، Y_3

$$\det(A) = a_{23} \neq 0 \text{ et } Rang(A) = 2 \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a_{23} \\ -1 & a_{33} \end{pmatrix}$$

K : عدد المتغيرات الداخلية الموجودة في النموذج هي 3

ومنه : k-1=2

بما أن $\det(A) \neq 0$ و $Rang(A) \geq K-1$ (ليس أقل من k-1) فالمعادلة محددة

الشرط الضروري :

D : عدد التغيرات خ التي لم تظهر في 1 هي X_3

و منه D+1=2 .

N : عدد المتغيرات د التي ظهرت في 1 هي : N=2 .

بما أنّ D+1=N فإن المعادلة الأولى محددة تماما

المعادلة الهيكلية الثانية :

الشرط الكافي :

المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة الأولى هي Y_1 , Y_3, X_1, X_2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & -1 & 0 & a_{32} \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det(B) = 1 \neq 0 \Rightarrow Rang(A) = 2$$

K : عدد المتغيرات الداخلية الموجودة في النموذج هي 3 ومنه : k-1=2

بما أن $\det(B) \neq 0$ و $Rang(A)$ ليس أقل من k-1 فالمعادلة محددة

الشرط الضروري :

D : عدد التغيرات خ التي لم تظهر في 2 هي X_1, X_2 و منه D+1=3 .

N : عدد المتغيرات د التي ظهرت في المعادلة 2 هي : N=1 .

بما أنّ D+1>N فإن المعادلة الأولى محددة أكثر من اللازم

المعادلة الهيكلية الثالثة :

الشرط الكافي :

المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة الأولى هي Y_1 , X_1

$$\det(A) = 0 \text{ et } Rang(A) = 1 \quad A = \begin{pmatrix} -1 & a_{11} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

K : عدد المتغيرات الداخلية الموجودة في النموذج هي 3

ومنه : k-1=2

بما أن $\det(A) = 0$ و $Rang(A)$ أقل من k-1 فالمعادلة غير محددة.

الإجابة

2 - - إيجاد المعاملات المقدرة للمعادلات الهيكلية :

المعادلة الهيكلية الأولى:

بما أن هذه المعادلة محددة تماما فيتم تقديرهما بطريقة MCO غير المباشرة.

لدينا المعادلة الختزلة

باستخراج قيمة X_3 من المعادلة المختزلة الثانية نجد :

$$X_3 = \frac{1}{5}\left(\hat{Y}_2 - 10 + 20X_1 - 50X_2\right)$$

نعوض X_3 في المعادلة المختزلة الاولى نجد :

$$\hat{Y}_1 = -9 + \frac{2}{5}\hat{Y}_2 + 9X_1 - 17X_2$$

$$\hat{\alpha} = -9,\ \hat{b}_{12} = 2/5,\ \hat{a}_{11} = 9,\ \hat{a}_{12} = -17$$

المعادلة الهيكلية الثانية :

بما أن هذه المعادلة محددة أكثر من اللازم فيتم تقديرهما بطريقة MCO ذات المرحلتين.

لدينا : $Y_2 = \beta + a_{23}X_3$ وهي عبارة عن نموذج خطي بسيط ومنه باستعمال MCO :

$$\sigma^2_{X_3} = \overline{X_3^2} - \overline{X_3}^2 = 4450 - 65^2 = 225$$

$$\hat{a}_{23} = \frac{\overline{X_3 Y_2} - \overline{X_3} \bullet \overline{Y_2}}{\sigma^2_{X_3}} = \frac{8750 - 65 \times 105}{225} \Rightarrow \hat{a}_{23} = 8.56;$$

$$\hat{\beta} = \overline{Y_2} - \hat{a}_{23} \times \overline{X_3} = 105 - 8.56 \times 65 = -451.4$$

$$\Rightarrow \hat{\beta} = -451.4$$

$$\hat{Y}_2 = -451.4 + 8.56X_3$$