جامعة 8 ماي 1945 قالمة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير
قسم العلوم التجارية

الموسم الجامعي 2022 – 2023
المدة الزمنية: ساعتان
السنة الأولى جذع مشترك

# الامتحان النهائي لمادة الإحصاء 2

## التمرين الأول (4.5 نقاط)

أراد رئيس قسم تشكيل لجنة تضم 6 أعضاء من هيئة التدريس يتم اختيارهم من 7 رجال و 6 نساء

- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها
- ما احتمال أن تضم اللجنة المشكلة:
  - ✓ رجل واحد فقط (نرمز للحادث بالرمز $A$)
  - ✓ امرأتين على الأكثر (نرمز للحادث بالرمز $B$)
  - ✓ 3 رجال على الأقل (نرمز للحادث بالرمز $C$)
- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كانت اللجنة تضم رئيسا، نائبا للرئيس، أمينا للمال و كاتبا

## التمرين الثاني (5.5 نقاط)

لدينا مؤسسة صغيرة تتكون من 3 آلات $A$، $B$ و $C$ حيث تنتج كل آلة 60%، 30% و 10% على التوالي من الإنتاج الكلي للمؤسسة. فإذا علمت أن الإنتاج الفاسد لكل آلة يقدر بـ 3%، 5% و 7% على الترتيب و أننا قمنا باختيار قطعة منتوج بطريقة عشوائية. فما احتمال:

- أن تكون فاسدة (نرمز للحادث بالرمز $D$)
- أن تكون غير فاسدة

و إذا اعتبرنا أن قطعة المنتوج فاسدة، فما احتمال:

- أن تكون من إنتاج الآلة $A$
- أن تكون من إنتاج الآلة $C$

## التمرين الثالث (6.5 نقاط)

يحتوي صندوق على 6 كرات سوداء و 4 حمراء قمنا بسحب 3 كرات بطريقة عشوائية .إذا كان $X$ متغير عشوائي يمثل عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- حدد قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي
- أوجد تابع التوزيع للمتغير العشوائي
- أحسب التوقع الرياضي، التباين والانحراف المعياري

## التمرين الرابع (3.5 نقاط)

إذا كانت نسبة نجاح الطلبة الذين يحضرون محاضرة الإحصاء هي 0.6 ، و إذا كان عدد الطلبة الذين يحضرون المحاضرة بانتظام هو 10 طلبة .فإذا افترضنا أن المتغير العشوائي $X$ يمثل عدد الطلبة الناجحين الذين يحضرون المحاضرة، فما احتمال:

- نجاح 3 طلبة من الذين يحضرون المحاضرة
- نجاح طالب واحد على الأقل من الذين يحضرون المحاضرة
- نجاح طالبين على الأكثر من الذين يحضرون المحاضرة
- حدد قيمة التوقع الرياضي، التباين و الانحراف المعياري لعدد الطلبة الناجحين

**بالتوفيق و النجاح للجميع**

# الحل النموذجي للامتحان النهائي لمادة الإحصاء 2

## حل التمرين الأول (4.5 نقاط)

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

$$C_{13}^{6} = \frac{13!}{7!\,6!} = 1716 \qquad \mathbf{(0.75)}$$

احتمال وجود رجل واحد فقط ضمن أعضاء اللجنة

$$P(A) = \frac{C_7^1 \times C_6^5}{C_{13}^6} = \frac{42}{1716} = 0.024 \qquad \mathbf{(01)}$$

احتمال وجود امرأتين على الأكثر ضمن أعضاء اللجنة

$$P(B) = \frac{C_6^0 \times C_7^6 + C_6^1 \times C_7^5 + C_6^2 \times C_7^4}{C_{13}^6} = \frac{658}{1716} = 0.383 \qquad \mathbf{(01)}$$

احتمال وجود 3 رجال على الأقل ضمن أعضاء اللجنة

$$P(C) = \frac{C_7^3 \times C_6^3 + C_7^4 \times C_6^2 + C_7^5 \times C_6^1 + C_7^6 \times C_6^0}{C_{13}^6} = \frac{1358}{1716} = 0.791 \qquad \mathbf{(01)}$$

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كانت اللجنة تضم رئيسا، نائبا للرئيس، أمينا للمال و كاتبا

$$A_{13}^{4} = \frac{13!}{9!} = 17160 \qquad \mathbf{(0.75)}$$

## حل التمرين الثاني (5.5 نقاط)

احتمال أن تكون القطعة المختارة فاسدة

$$P(D) = P(A) \times P(D/A) + P(B) \times P(D/B) + P(C) \times P(D/C)$$
$$= (0.6 \times 0.03) + (0.3 \times 0.05) + (0.1 \times 0.07) = 0.04 \qquad \mathbf{(1.25)}$$

احتمال أن تكون القطعة المختارة غير فاسدة

$$P(\bar{D}) = P(A) \times P(\bar{D}/A) + P(B) \times P(\bar{D}/B) + P(C) \times P(\bar{D}/C)$$
$$= (0.6 \times 0.97) + (0.3 \times 0.95) + (0.1 \times 0.93) = 0.96 \qquad \mathbf{(1.25)}$$

أو

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.04 = 0.96$$

احتمال أن تكون القطعة المختارة من إنتاج الآلة $A$ علما أنها فاسدة

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \times P(D/A)}{P(A) \times P(D/A) + P(B) \times P(D/B) + P(C) \times P(D/C)}$$
$$= \frac{0.6 \times 0.03}{0.04} = 0.45 \qquad \mathbf{(1.5)}$$

احتمال أن تكون القطعة المختارة من إنتاج الآلة $C$ علما أنها فاسدة

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C) \times P(D/C)}{P(A) \times P(D/A) + P(B) \times P(D/B) + P(C) \times P(D/C)}$$
$$= \frac{0.1 \times 0.07}{0.04} = 0.175 \qquad \mathbf{(1.5)}$$

## حل التمرين الثالث (6.5 نقاط)

تحديد قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

عدد الحالات الكلية هو:

$$C_{10}^{3} = 120 \qquad (0.5)$$

بما أن المتغير العشوائي يمثل عدد الكرات الحمراء المسحوبة، فإنه يمكن أن يأخذ القيم التالية:

$$X = \{0,1,2,3\}$$

و يمكن حساب الاحتمالات المقابلة لكل قيمة كما يلي:

$$P(X=0) = \frac{C_4^0 \times C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{20}{120} = 0.167 \qquad (0.5)$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{60}{120} = 0.5 \qquad (0.5)$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{36}{120} = 0.3 \qquad (0.5)$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3 \times C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{4}{120} = 0.033 \qquad (0.5)$$

و منه، فقانون التوزيع الاحتمالي يكتب بالشكل

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X)$ | $\frac{20}{120}$ | $\frac{60}{120}$ | $\frac{36}{120}$ | $\frac{4}{120}$ | **1** |

$(0.5)$

إيجاد تابع التوزيع للمتغير العشوائي

$$F(X) = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ \frac{20}{120} & 0 \leq X < 1 \\ \frac{80}{120} & 1 \leq X < 2 \\ \frac{116}{120} & 2 \leq X < 3 \\ 1 & X \geq 3 \end{cases} \qquad (1.25)$$

حساب التوقع الرياضي

$$E(X) = \sum x_i P(x_i) = 0\left(\frac{20}{120}\right) + 1\left(\frac{60}{120}\right) + 2\left(\frac{36}{120}\right) + 3\left(\frac{4}{120}\right) = 1.2 \qquad (0.75)$$

حساب التباين

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$E(X^2) = \sum x_i^2 P(x_i) = 0^2\left(\frac{20}{120}\right) + 1^2\left(\frac{60}{120}\right) + 2^2\left(\frac{36}{120}\right) + 3^2\left(\frac{4}{120}\right) = 2$$

$$V(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = 2 - (1.2)^2 = 0.56 \qquad (01)$$

حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0.56} = 0.748 \qquad (0.5)$$

## حل التمرين الرابع (3.5 نقاط)

احتمال نجاح 3 طلبة من الذين يحضرون المحاضرة

لدينا:

$$n = 10 \quad p = 0.6 \quad q = 1 - 0.6 = 0.4$$

معطيات التمرين تشير إلى أن المتغير العشوائي يتبع التوزيع ثنائي الحد، و عليه:

$$P(x = 3) = C_{10}^{3}(0.6)^3(0.4)^7 = 0.043 \quad (\mathbf{0.75})$$

احتمال نجاح طالب واحد على الأقل من الذين يحضرون المحاضرة

$$P(x \geq 1) = 1 - P(x < 1) = 1 - P(x = 0) = 1 - [C_{10}^{0}(0.6)^0(0.4)^{10}] = 0.999 \quad (\mathbf{0.75})$$

احتمال نجاح طالبين على الأكثر من الذين يحضرون المحاضرة

$$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$
$$= C_{10}^{0}(0.6)^0(0.4)^{10} + C_{10}^{1}(0.6)^1(0.4)^9 + C_{10}^{2}(0.6)^2(0.4)^8 = 0.0123 \quad (\mathbf{0.75})$$

تحديد قيمة التوقع الرياضي

$$E(x) = np = 10 \times 0.6 = 6 \quad (\mathbf{0.5})$$

تحديد قيمة التباين

$$V(X) = npq = 10 \times 0.6 \times 0.4 = 2.4 \quad (\mathbf{0.5})$$

تحديد قيمة الانحراف المعياري

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{2.4} = 1.549 \quad (\mathbf{0.25})$$