Université 8 mai 1945 – GUELMA . **Année Universitaire 2023/2024**

Faculté des sciences économiques, commerciales et sciences de gestion.

T.C de 1^{er} **année L.M.D.** **Correction d'examen Maths S1 24/01/2024.**

Exercice N°1 *(Questions de Cours) (**5 Pts**)*

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? (Justifier dans le cas fausses)

(i) $p \times C_n^p = n \times C_{n-1}^{p-1}$ ***Vraie***.. *(1 Pts)*

(ii) $(n+1)!-(n+3)! = (5-3)! = 2!$ ***Fausse*** .... *(0.5 Pts)*

Car : Si n=0 par exemple, alors $5!-3! \neq (5-3)!$ .... *(0.5 Pts)*

(iii) $L'equation \quad e^{-x} = -3 \; a \; une \; seule \; solution \; dans \; IR$ ***Fausse***....... *(0.5 Pts)*

Car : $e^{-x} = \dfrac{1}{x} \succ 0, \; \forall x \in IR$ .... *(0.5 Pts)*

(iv) $L'équation : \ln x = -3 \; n'a \; pas \; de \; solutions \; dans \; IR$ ***Fausse***........... *(0.5 Pts)*

Car : $x = e^{-3}$ *est une solution*.. *(0.5 Pts)*

(v) $\forall x \succ 0, \; \forall y \succ 0 : \; \ln(e^x + e^y) = x \times y$ ***Fausse***........................ *(0.5 Pts)*

Car : Si $x = y = 1$ *par exemple, alors :* $\ln(e^1 + e^1) = \ln(2e) = 1 + \ln 2$

Mais $x \times y = 1$ .... *(0.5 Pts)*

Exercice N°2 ***(5pts) :***

(i) - Le nombre d'anagrammes des mots : « MATHS» est 5 $5! = 120$ .... *(1 Pts)*

-Le nombre d'anagrammes des mots : « MATHEMATIQUE»

est $\dfrac{12!}{2! \times 2! \times 2! \times 2!} = 29937600$ .... *(1 Pts)*

(ii) Soit A *l'ensemble des nombres de 5 chiffres (le premier chiffre étant non nul)*

- Le nombre d'éléments de A *est* $9 \times 10^4 = 90000$ .... *(1 Pts)*

- Le nombre d'éléments pairs de A *est* $9 \times 10^3 \times 5 = 45000$ .... *(1Pts)*

- Le nombre d'éléments de A *si les 5 chiffres sont distincts est*

$9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 27216$ .... *(1Pts)*

Exercice N°3 ***(6pts) :***

(i) Soit $f(x)=\ln(1-x^3)$, Déterminons D_f :

f est définie si $1-x^3 \succ 0 \Rightarrow x^3 \prec 1$ d'où $D_f = \left]-\infty\ ,\ 1\right[$ ………..…… (1.5 Pts)

(ii) Résoudre dans IR :

1) $\ln(2x)=0$ est définie si $x \succ 0$ donc $D=\left]0\ ,\ +\infty\right[$ ……………..…..(0.5 Pts)

$\ln(2x)=0=\ln 1 \Rightarrow 2x=1$ d'où $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$ …………………………..….. (1 Pts)

2) $1+\ln(x^2)\le 0$, Cette inégalité est définie si $x\ne 0$ donc $D=IR^*$ …….(0.5 Pts)

$1+\ln(x^2)\le 0 \Leftrightarrow \ln(e\times x^2)\le \ln 1 \Leftrightarrow x^2 \le \frac{1}{e} \Leftrightarrow |x| \le \frac{1}{\sqrt{e}} \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{e}} \prec x \prec \frac{1}{\sqrt{e}}$

D'où $S=\left[\frac{-1}{\sqrt{e}}\ ,\ \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$ ……………………………………………………... (1 Pts)

3) $e^{2x}+(1-e)e^x-e\ge 0$, $D=IR$ ………………………………….……..... (0.5 Pts)

$e^{2x}+(1-e)e^x-e\ge 0 \Leftrightarrow (e^x+1)(e^x-e)\ge 0$

Puisque $e^x+1\succ 0$, $\forall x\in IR$, alors $e^x-e\ge 0 \Leftrightarrow e^x \ge e^1 \Leftrightarrow x\ge 1$

D'où $S=\left[1\ ,\ +\infty\right]$ ……………………………………………………………….. (1 Pts)

<u>Exercice N°4</u> (4pts) : Calculer les sommes suivantes :

1) $S_1 = 7+14+28+.........+114688$

On a $\frac{14}{7}=\frac{28}{14}=...=2$, Donc 7,14,28,…..forment une suite géométrique (v_n)

de raison $q=2$, de premier terme $v_0=7$ et de terme générale $v_n = v_0\times q^n = 7\times 2^n$

$v_n = 114688 \Leftrightarrow 7\times 2^n = 114688 \Leftrightarrow n=14$

D'où $S_1 = v_0+v_1+v_2+.........+v_{14} = 7\times\frac{(1-2^{15})}{(1-2)} = 229369$ ………………... (2 Pts)

2) $S_2 = C_n^0\times 2^0 + C_n^1\times 2^1 + C_n^2\times 2^2 + ...C_n^n\times 2^n$

On a : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \times a^k \times b^{n-k}$, On pose $a=2$ et $b=1$, on obtient alors

$S_2 = (2+1)^n = 3^n$ ………………………………………………………………. (2 Pts)