جامعة 08 ماي 1945 - قالمة

كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير	السنة الدراسية : 2025 - 2026
قسم العلوم التجارية	التاريخ : 2026/01/11
التخصص : 1Master FCI	المدة : ساعتان

امتحان السداسي الاول في مقياس تحليل السلاسل الزمنية

التمرين الأول:

1 - ماذا نعني بالعملية العشوائية، واذكر ابسط عملية عشوائية مستقرة، وأخرى غير مستقرة ؟

2 - كيف يتم اختيار النموذج AR، MA، او ARMA للسلسلة الزمنية بالاعتماد على ACF و PACF ؟

3 - كيف يتم تحديد رتبة النموذج الانحداري الذاتي؟

4 - هل النموذجين التاليين مستقرين:

$$Y_t = 1.09Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1} \quad ، \quad Y_t = Y_{t-1} - 0.5Y_{t-2} + \varepsilon_i \quad \text{حيث:} \quad (\varepsilon_t) \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

ثمّ احسب $Var(Y_t)$, μ للنموذج المستقر؟

التمرين الثاني:

ب - نعتبر مؤشر النشاط الاقتصادي المركّب، ويرمز له بـ Y_t، وهو مؤشر كلي يلخّص التطور العام للنشاط الاقتصادي من خلال تتبّع ديناميكية الإنتاج والطلب خلال الزمن.

تم تسجيل هذا المؤشر خلال **ثماني سنوات متتالية**، وكانت القيم السنوية كما يلي:

السنة t	1	2	3	4	5	6	7	8
Y_t	3	4	5	4	3	4	5	4

المطلوب:

1. احسب المتوسط الحسابي، والتباين للمؤشر ؟
2. احسب دالة التباين المشترك من الرتبة الأولى والثانية وكذلك معاملي الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى والثانية؟
3. هل يمكن اعتبار مؤشر النشاط الاقتصادي المركّب مستقرًا بالمعنى الضعيف خلال الفترة المدروسة؟ برّر إجابتك بدقة اعتمادًا على النتائج السابقة؟
4. احسب التنبؤات المناسبة لقيم السلسلة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة من أجل k=3، وطريقة التمهيد الأسي بمعامل تمهيد w=0.7
5. اشرح كيف يتم الحصول على أفضل تنبؤات باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة، وكذا طريقة التمهيد الأسي.

هل يمكن مقارنة أداء طريقتي المتوسطات المتحركة والتمهيد الأسي في الحصول على أفضل التنبؤات في هذا الإطار؟

التمرين الثالث:

نعتبر سلسلة زمنية تمثل حجم المبيعات الفصلية (بآلاف الوحدات) لمؤسسة اقتصادية خلال أربع سنوات، مقسّمة إلى **أربع ثلاثيات** في كل **سنة** كما يلي:

الثلاثي / السنة	الثلاثي 1	الثلاثي 2	الثلاثي 3	الثلاثي4
السنة 1	120	135	160	145
السنة 2	130	150	175	160
السنة 3	140	165	190	175
السنة 4	155	180	210	195

المطلوب:

- اختبر إمكانية وجود المركبة الموسمية، وكذا مركبة الاتجاه العام عند مستوى معنوية 5% ؟

$F_{tab} = 3,86$

بالتوفيق

جامعة 08 ماي 1945 – قالمة

2020/2021

1 Master FCI

كلية العلوم الاقتصادية
قسم العلوم التجارية

الحل النموذجي لامتحان تحليل السلاسل الزمنية.

التمرين الأول:

1- العملية العشوائية هي عائلة من المتغيرات العشوائية $\{Y_t\}_{t\in T}$ معرفة على نفس الفضاء الاحتمالي $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. 0,75

* ابسط عملية عشوائية مستقرة هي التشويش الابيض 0,5

* وابسط عملية غير مستقرة: الخطوة العشوائية 0,25

2- يتم اختيار النموذج AR ، MA..... بالاعتماد على ACF و PACF وفق:

النموذج	ACF	PACF
AR(p)	تناقص تدريجي	انقطاع عند p
MA(q)	انقطاع عند q	تناقص تدريجي
ARMA(p,q)	تناقص تدريجي	تناقص تدريجيا

1

3- يتم تحديد رتبة النموذج الانحداري الذاتي:

* نقوم بتقدير النموذج من أجل AR(1) ، AR(2) ، AR(3) ، ......
* ثم نقوم بحساب AKIC لكل نموذج.
* نختار رتبة النموذج الموافقة لـ min (AKIC)

1

4/ دراسة استقرارية النموذجين:

1) $Y_t = 1{,}09Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0{,}7\varepsilon_{t-1}$

بما أن:

$|\phi| = 1{,}09 > 1$ 1

ومنه النموذج غير مستقر.
حيث النموذج من الشكل ARMA(1,1)
والجزء AM عادة مستقر دوما.
ومنه النموذج غير مستقر.

2) $Y_t = Y_{t-1} - 0{,}5Y_{t-2} + \varepsilon_t$

يمكننا كتابة النموذج ع:

$(1 - B + 0{,}5B^2)Y_t = \varepsilon_t$

ومنه كثير الحدود المميز لـ AR هو:

$\phi(z) = 0{,}5z^2 - z + 1$ 0,25

$\Delta = 1 - 4\times 0{,}5 = -1 = i^2$

$z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = 1-i$ 0,25

$z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 1+i$ 0,25

بما أن

$|z_1| = \sqrt{2} > 1$

$|z_2| = \sqrt{2} > 1$ 0,5

أي أن الجذرين يقعان خارج دائرة الوحدة فالنموذج AR(2) مستقر.

حساب المتوسط μ:

$E(Y_t) = E(Y_{t-1}) - 0{,}5E(Y_{t-2}) + E(\varepsilon_t)$

$\Rightarrow \mu = 0$ 0,5

حساب التباين:

$$Var(Y_t) = \gamma(0) = cov(Y_t ; Y_t)$$

$$cov(Y_{t-1} - 0,5Y_{t-2} + \varepsilon_t ; Y_{t-1} - 0,5Y_{t-2} + \varepsilon_t)$$

$$= \gamma(0) - 0,5\gamma(1) - \gamma(1) + 0,25\gamma(0) + Var(\varepsilon_t)$$

0,5

$$\Rightarrow \gamma(0) = 6\gamma(1) - 4\sigma_\varepsilon^2$$

التمرين الثاني:

1- حساب المتوسط:

$$\bar{Y} = \frac{3+4+5+\dots+4}{8} = 32/8 = \boxed{4}$$ 0,5

حساب التباين:

$$Var(Y_t) = \frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y})}{n} = 4/8 = \boxed{0,5}$$ 0,5

حساب دالة التباين المشترك:

$$\gamma(1) = cov(Y_t ; Y_{t-1})$$

$$= \frac{\Sigma(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{n-1} = 0$$ 0,5

$$\gamma(2) = cov(Y_t ; Y_{t-2})$$

$$= \frac{\Sigma(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{n-2}$$

$$= \frac{-3}{6} = -0,5$$ 0,5

حساب الارتباط:

$$\rho(1) = \gamma(1) / \gamma(0) = 0$$ 0,5

$$\rho(2) = \gamma(2) / \gamma(0) = -0,5/0,5 = -1$$ 0,5

* نعم يمكن اعتباره مستقرا بالمعنى الضعيف 0,5

ذلك لأن: ✓ المتوسط ثابت عبر الزمن

✓ التباين ثابت ومحدود. 0,75

✓ أما التباين المشترك يعتمد فقط على الفجوة الزمنية ولا يتغير مع الزمن

4- حساب التنبؤات

أ/ بطريقة المتوسطات المتحركة:

$$\hat{Y}_t = \frac{1}{k}[Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-k-1}]$$ 0,5

ب/ طريقة التمهيد الأسي:

$$\hat{Y}_t(1) = w \hat{Y}_{t-1}(1) + (1-w) Y_t$$ 0,5

1. 1

	K = 1		w = 0,7
t	Y_t	$\hat{Y}_t$	$\hat{Y}_t$
1	3	−	4
2	4	−	3,7
3	5	−	3,79
4	4	4	4,153
5	3	4,33	4,107
6	4	4	3,775
7	5	3,67	3,843
8	4	4	4,190

5- بالنسبة لطريقة المتوسطات المتحركة يتم الحصول على أفضل التنبؤات عن طريق المحاولة والخطأ أي من أجل قيم لـ K ثم حساب متوسط مجموع مربعات الأخطاء 0,25 والمتوسط الأقل يوافق أفضل تنبؤات من أجل K. 0,25

بالنسبة للتمهيد الأسي يتم حساب التنبؤات من أجل قيم لـ W كذلك ثم حساب مجموع مربعات الأخطاء في كل حالة 0,5 والتنبؤات الأفضل من أجل W معينة هي التي توافق أقل مجموع مربعات الأخطاء

* لا يمكن مقارنة أداء الطريقتين في الحصول على أفضل التنبؤات في هذه الحالة لأنه:

أ- من جهة لا يوجد معيار كمي موحد لأخطاء التنبؤ يسمح بالمقارنة بين الطريقتين (0,25)

ب- من جهة ثانية لا يوجد ما يبرر أن التنبؤات المتحصل عليها بكل طريقة هي بالفعل الأفضل من مستواها. (0,25)

التمرين الثالث:

المتوسطات: (0,1)

المجاميع

$$S_P = N \sum_{j=1}^{P} (Y_{.j} - Y_{..})^2 = \boxed{4804,69}$$ (0,1)

$$S_A = P \sum_{i=1}^{N} (Y_{i.} - Y_{..})^2 = \boxed{4442,19}$$ (0,1)

$$S_R = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{P} (Y_{ij} - Y_{i.} - Y_{.j} + Y_{..})^2 = \boxed{89,06}$$ (0,1)

$F_{tab} = 3,86$

الفرضيات

H_0: عدم وجود المركبات الفصلية (0,1)

H_1: وجود المركبات الفصلية

القرار:

* بما أن: $F_{tab} < F_s \Leftarrow$ نرفض H_0 ونقبل H_1 أي نقر بوجود مركبات موسمية (فصلية) ضمن السلسلة الزمنية. (0,25)

الفرضيات:

H_0: عدم وجود اتجاه عام (0,1)

H_1: وجود اتجاه عام.

القرار:

بما أن $F_{tab} < F_T \Leftarrow$ نرفض H_0 ونقبل H_1 أي نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة. (0,25)

جدول تحليل التباين

نوع التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين	قيم F
فصلي	4804,69	$P-1=3$	1601,56	$F_s = V_P/V_R = 161,77$
سنوي	4442,19	$N-1=3$	1480,73	$F_T = V_A/V_R = 149,57$
البواقي	89,06	9 (0,2)	9,9 (0,2)	(0,2)