

جامعة 8 ماي 1945 قالمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

2026/05/11

المدة: 2 سا

قسم العلوم التجارية

السنة الثانية LMD

تخصص علوم تجارية

الامتحان النهائي في مقياس أساسيات بحوث العمليات

التمرين الأول (08 نقاط):

يوضح الجدول ادناه العرض والطلب وكذا التكاليف النقل لمنتج من ثلاثة مراكز إنتاج إلى ثلاثة مراكز توزيع:

الطلب	D ₁	D ₂	D ₃	العرض (طن)
العرض				
S ₁	5	3	4	50
S ₂	6	2	5	60
S ₃	4	1	3	50
الطلب (طن)	40	50	70	160

المطلوب:

1. إيجاد الحل الأساسي بطريقة الزاوية الشمالية الغربية.

2. إيجاد الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدل

التمرين الثاني (12 نقطة):

إليك البرنامج الخطي التالي:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب:.

1. كون البرنامج الثنائي.

2. حل البرنامج الثنائي.

3. استنتج حلول البرنامج الخطي الأولي.

بالتوفيق

الحل النموذجي

التمرين الأول:

1. إيجاد الحل الاساسي بطريقة الزاوية ش غ (0.5ن)

	D ₁	D ₂	D ₃	العرض المتاح
S ₁	5	3	4	50/10/0
S ₂	6	2	5	60/20
S ₃	4	1	3	50/0
الطلب	40/0	50/40/0	70/50/0	160

التحقق من الحل الاساسي عدد الخانات المشغولة = عدد الاسطر + عدد الاعمدة ناقص واحد

$$1 - 3 + 3 = 5 \text{ وبالتالي احل الاساسي مقبول. (0.25ن)}$$

اي الحل الاساسي هو: $X_{11}=40, X_{12}=10, X_{22}=40, X_{23}=20, X_{33}=50$ (0.25ن)

$$\text{التكلفة الكلية} = 560 = 40*5 + 10*3 + 40*2 + 20*5 + 50*3 \text{ (0.25ن)}$$

2. إيجاد الحل الامثل بطريقة التوزيع المعدلة انطلاقا من طريقة ز ش غ:

الخطوة الأولى: حساب الخانات المشغولة في الجدول التالي:

الخلايا المشغولة	حساب القيم	$U_i + V_j$
X_{11} (0.25ن)	$U_1 = 0, V_1 = 5$	$U_1 + V_1 = 5$
X_{12} (0.25ن)	$0 + V_2 = 3, V_2 = 3$	$U_1 + V_2 = 3$
X_{22} (0.25ن)	$U_2 + 3 = 2, U_2 = -1$	$U_2 + V_2 = 2$
X_{23} (0.25ن)	$-1 + V_3 = 5, V_3 = 6$	$U_2 + V_3 = 5$
X_{33} (0.25ن)	$U_3 + 6 = 3, U_3 = -3$	$U_3 + V_3 = 3$

الخطوة الثانية: الخلايا غير المشغولة

يتم تقييم هذه الخلايا من ايجاد التغير في التكاليف من خلال المعادلة التالية: $C_{ij} - U_i - V_j$, ويتم تقييم الخلايا من الخلايا:

الخلايا غير الداخلة	$C_{ij} - U_i - V_j$
X_{13} (0.25ن)	$C_{13} - U_1 - V_3 = 4 - 0 - 6 = -2 \leq 0$
X_{21} (0.25ن)	$C_{21} - U_2 - V_1 = 6 + 1 - 5 = 2 \geq 0$
X_{31} (0.25ن)	$C_{31} - U_3 - V_1 = 4 + 3 - 5 = 2 \geq 0$
X_{32} (0.25ن)	$C_{32} - U_3 - V_2 = 1 + 3 - 3 = 1 \geq 0$

من خلال الجدول نلاحظ أن ان هناك قيم سالبة يعني امكانية تحسين الحل الاساسي، يقوم بتقديم جدول جديد بالاعتماد على خلية (3 1)، باعتبارها أصغر تغير في التكلفة. ويتم ملء الخلية بنفس طريقة القفز على الصخور كمايلي (1ن):

	D ₁ و أم	D ₂ كندا	D ₃ استراليا	العرض المتاح
S ₁ ميناء الجزائر	5	3	4	50/10/0
S ₂ ميناء وهران	6	2	5	60/20
S ₃ ميناء عنابة	4	1	3	50/0
الطلب	40/0	50/40/0	70/50/0	160

الجدول المعدل: (0.5ن)

	D ₁ و أم	D ₂ كندا	D ₃ استراليا	العرض المتاح
S ₁ ميناء الجزائر	5	3	4	50
S ₂ ميناء وهران	6	2	5	60
S ₃ ميناء عنابة	4	1	3	50
الطلب	40	50	70	160

التكلفة الكلية: 540 = (2-) * 10 - 560 (0.5ن)

اختبار الحل المحسن من جديد:

الخطوة الأولى: حساب الخانات المشغولة في الجدول التالي:

الخلايا المشغولة	حساب القيم	U _i +V _j
(0.25ن) X ₁₁	U ₁ =0 . V ₁ =5	U ₁ +V ₁ =5
(0.25ن) X ₁₃	0+ V ₃ =4 . V ₃ =4	U ₁ +V ₃ =4
(0.25ن) X ₂₂	1+ V ₂ =2 , V ₂ =1	U ₂ +V ₂ =2
(0.25ن) X ₂₃	U ₂ +4=5 . U ₂ =1	U ₂ +V ₃ =5
(0.25ن) X ₃₃	U ₃ + 4=3 , U ₃ =-1	U ₃ +V ₃ =3

الخطوة الثانية: الخلايا غير المشغولة

يتم تقييم هذه الخلايا من ايجاد التغير في التكاليف من خلال المعادلة التالية: C_{ij}-U_i-V_j. ويتم تقييم الخلايا من الخلايا:

الخلايا غير الداخلة	C _{ij} -U _i -V _j
(0.25ن) X ₁₂	C ₁₂ -U ₁ -V ₂ =3-0-1= 2 ≥ 0
(0.25ن) X ₂₁	C ₂₁ -U ₂ -V ₁ =6-1-5= 0 ≥ 0
(0.25ن) X ₃₁	C ₃₁ -U ₃ -V ₁ =4+1-5= 0 ≥ 0
(0.25ن) X ₃₂	C ₃₂ -U ₃ -V ₂ =1+1-1= 1 ≥ 0

من خلال الجدول أعلاه يتبين ان لا توجد قيم سالبة مما يجعلنا لا نستطيع تخفيض التكاليف، وبالتالي جدول النقل الاخير يعتبر هو التوزيع الافضل للكميات المنقولة، وتكلفة النقل الاجمالية هي 540 وحدة نقدية(0.25ن).

الحل الامثل هو X₁₁=40, X₁₃=10, X₂₂=50, X₂₃=10, X₃₃=50

التمرين الثاني:

1. النموذج الثنائي:

بما أن دالة الهدف في النموذج الاولي max فيجب أولا تحويل القيود إلى شكل أصغر أو تساوي، وفي برنامج لدينا القيد الاول اكبر أو تساوي لهذا لابد من ضربه في (-1) فيصبح على الشكل التالي:

$$-4x_1 - 3x_2 \leq -12(0.25p)$$

بعدها نقوم بتكوين النموذج المقابل كمايلي:

$$\text{Min}Z = -12y_1 + 6y_2 + 4y_3(0.25p)$$

$$-4y_1 - y_2 + 2y_3 \geq 2(0.25p)$$

$$-3y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 5(0.25p)$$

$$y_i \geq 0$$

الصيغة النموذجية:

$$\text{Min}z = -12y_1 + 6y_2 + 4y_3 + 0y_4^e + my_5^a + 0y_6^e + my_7^a(0.25p)$$

$$-4y_1 - y_2 + 2y_3 - y_4^e + y_5^a = 2(0.25p)$$

$$-3y_1 + 2y_2 - y_3 - y_6^e + y_7^a = 5(0.25p)$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4^e \geq 0(0.25p)$$

استخراج المتغيرات الاصطناعية:

$$x_5^a = 2 + 4y_1 + y_2 - 2y_3 + y_4^e(0.25p)$$

$$x_7^a = 5 + 3y_1 - 2y_2 + y_3 + y_6^e(0.25p)$$

نعوض في دالة الهدف المتغيرات الاصطناعية:

$$\text{Min}z = -12y_1 + 6y_2 + 4y_3 + m(2 + 4y_1 + y_2 - 2y_3 + y_4^e) + m(5 + 3y_1 - 2y_2 + y_3 + y_6^e)$$

بعد نزع الاقواس والقيام بعملية النشر نتحصل على معادلة الهدف الجديدة:

$$\text{Min}z = y_1(-12 + 7m) + y_2(6 - m) + y_3(4 - m) + my_4^e + my_6^e = -7m(0.5p)$$

جدول حل الاساسي الأول: (1p)

	y_1	y_2	y_3	y_4^e	y_5^a	y_6^e	y_7^a	B	%
y_5^a	-4	-1	2	-1	1	0	0	2	2
y_7^a	-3	2	-1	0	0	-1	1	5	-5
DZ	$(-12 + 7m)$	$(6 - m)$	$(4 - m)$	M	0	M	0	$-7M$	

المتغير الذي يدخل الاساس هو: $y_3(0.25p)$
المتغير الذي يخرج من الاساس هو $x_5^a(0.25p)$
عنصر الارتكاز هو: $2(0.25p)$
جدول الثاني: (1. 5P)

	y_1	y_2	y_3	y_4^e	y_5^a	y_6^e	y_7^a	B	%
y_3	-2	-1/2	1	-1/2	/	0	0	1	/
y_7^a	-5	3/2	0	-1/2	/	-1	1	6	8/3
DZ	-4+5m	8-3/2m	0	2+m/2	/	M	0	-6m-4	

بما أن قيم السطر الاخير ليس أكبر أو تساوي الصفر نوصل الحل الموالي:

المتغير الذي يدخل الاساس هو: $y_2(0.25p)$
المتغير الذي يخرج من الاساس هو $x_7^a(0.25p)$
عنصر الارتكاز هو: $3/2(0.25p)$
الجدول الثالث: (1. 5P)

	y_1	y_2	y_3	y_4^e	y_5^a	y_6^e	y_7^a	B	%
y_3	-11/3	0	1	14/3	/	-1/3	/	3	/
y_2	-10/3	1	0	-1/3	/	2/3	/	4	/
DZ	68/3	0	0	14/3	/	16/3	/	-36	

نلاحظ من الجدول الثالث ان قيم DZ أكبر او تساوي الصفر، وبالتالي توصلنا إلى الحل الأمثل وعناصر حل النموذج هي

$$y_1=0, y_2= 4, y_3=3(0.5p)$$

نلاحظ أن الدالة الاقتصادية تحسنت قيمتها وانتقلت من صفر إلى 36، ويمكن اثبات ذلك من خلال:

$$\text{Min}Z=-12y_1+6y_2+4y_3=-12\times 0+6\times 4+4\times 3=36(0.5p)$$

كما أن هذه النتائج تحقق القيدين:

$$\text{القيد الاول: } -4y_1 - y_2 + 2y_3 \geq 2 = -4 \times 0 - 4 + 2 \times 3 = 2 \text{ (0.25p)}$$

$$\text{القيد الثاني: } -3y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 5 = 0 + 2 \times 4 - 3 = 5 \text{ (0.25p)}$$

3. استنتج حلول النموذج الاولي (2p):

من الجدول الحل الأمثل للبرنامج الثنائي (جدول رقم 3) نستنتج حلول النموذج الأولي كمايلي:

معاملات y_4^e, y_6^2 في دالة الهدف المتعلق بالجدول الحل الأمثل الاخير هي: هي قيم تمثل x_1, x_2 ، لحل النموذج الثنائي:

$$x_1=14/3, x_2=16/3, \text{ , Max :} z= 36$$

