جامعة 8 ماي 1945قالمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية — 18/01/2026

السنة الاولى ماستر: تسويق خدمات+ تسويق فندقي وسياحي — المدة: ساعة و45 دقيقة

الامتحان النهائي في مقياس الأساليب الكمية في التسويق

الجزء النظري: (04نقاط)

1. اذكر حالات معدل الاستخدام؟
2. اشرح استقرار المباراة رياضيا؟
3. يعتمد أسلوب تقديم الخدمة في نظرية صفوف الانتظار على عدة الطرق، مثل: طريقة من يصل أولا يخدم اولا، طريقة من يصل أخيرا يخدم اولا، طريقة الأسبقية. اذكر مثالا لكل طريقة؟

التمرين الأول: (10 نقاط)

تقوم مؤسسة للتمور بتسويق التمور انطلاقا من ثلاثة موانئ رئيسية إلى ثلاثة دول، حيث أن الكميات الممكن تصديرها حسب الموانئ هي: ميناء الجزائر: 50 طن، ميناء وهران: 60 طن، ميناء عنابة: 50 طن، أما الكميات الطلب لكل دولة هي: الولايات المتحدة: 40 طن، كندا: 50 طن، أستراليا: 70 طن، علما أن تكاليف النقل لكل طن من ميناء إلى كل دولة معطاة في الجدو ل التالي:

4	3	5
5	2	6
3	1	4

المطلوب:

1. صياغة البرنامج الرياضي لهذه المسألة .
2. تشكيل جدول النقل الموافق للمسألة.
3. ايجاد الحل الاساسي بطريقة الزاوية الشمالية الغربية وطريقة التكلفة الدنيا.
4. ايجاد الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدل انطلاقا من طريقة الزاوية الشمالية الغربية.

التمرين الثاني: (06 نقاط).

تعطى مصفوفة الدفع التالية:

		اللاعب الثاني		
		B_1	B_2	B_3
اللاعب الاول	A_1	15	12	35
	A_2	14	8	10
	A_3	2	19	5

المطلوب: باستخدام قواعد السيطرة، حلل هذه اللعبة.

بالتوفيق

الحل النموذجي

الجزء النظري: (4ن)

1. حالات معدل الاستخدام:

إذاكان P=1 يعني أن معدل الوصول يساوي معدل أداء الخدمة (0.5)

P>1 يعني معدل الوصول أكبر من معدل تقديم الخدمة (عدم الاستقرار)(0.5)

P<1يعني معدل الوصول اقل من معدل تقديم الخدمة (الاستقرار)(0.5)

2. استقرار المباراة رياضيا: $\min_j.\max_i (a_{ij}) = V2=\max_i.\text{mix}_j (a_{ij})=V1$ **(1)**

3. طريقة من يصل أولا يخدم اولا: دفع قيمة المشتريات في المحلات التجارية(0.5ن)

طريقة من يصل أخيرا يخدم اولا: انظمة التخزين(0.5ن)

طريقة الأسبقية: علاج المرضى في المستشفيات في حالة الاسعاف(**0.5ن**)

التمرين الاول: 10 نقاط

1. صياغة برنامج الرياضي لمسألة النقل:

دالة الهدف: (0.25ن)

$$\mathbf{MinZ= \; 5X_{11} +3X_{12}+4X_{13}+6X_{21}+2X_{22}+5X_{23}+4X_{31}+X_{32}+3_{33}}$$

2. القيود

قيود العرض(**0.25ن**)

$$\begin{cases} X_{11}+X_{12}+X_{13}=50 \\ X_{21}+X_{22}+X_{23}=60 \\ X_{31}+X_{32}+X_{33}=50 \end{cases}$$

قيود الطلب: (**0.25ن**)

$$\begin{cases} X_{11}+X_{21}+X_{31}=40 \\ X_{12}+X_{22}+X_{32}=50 \\ X_{13}+X_{23}+X_{33}=70 \end{cases}$$

شرط عدم السالبية: **$X_{ij}\geq 0$(0.25ن)**

2. جدول النقل الموافق للمسألة: (0.5ن)

	D_1 و أ م	D_2 كندا	D_3 استراليا	العرض المتاح
S_1 ميناء الجزائر	5	3	4	50
S_2 ميناء وهران	6	2	5	60
S_3 ميناء عناية	4	1	3	50
الطلب	40	50	70	160

3. ايجاد الحل الاساسي بطريقة الزاوية ش غ(0.5ن)

	D_1 و أ م	D_2 كندا	D_3 استراليا	العرض المتاح
S_1 ميناء الجزائر	5 40	3 10	4	50/10/0
S_2 ميناء وهران	6	2 40	5 20	60/20
S_3 ميناء عناية	4	1	3 50	50/0
الطلب	40/0	50/40/0	70/50/0	160

التحقق من الحل الاساسي عدد الخانات المشغولة= عدد الاسطر + عدد الاعمدة ناقص واحد

$5=3+3-1$ وبالتالي احل الاساسي مقبول.(**0.25ن**)

اي الحل الاساسي هو: $X_{11}=40,\ X_{12}=10,\ X_{22}=40,\ X_{23}=20,\ X_{33}=50$(**0.25ن**)

التكلفة الكلية= $560 = 40*5+10*3+40*2+20*5+50*3$(**0.25ن**)

4. ايجاد الحل الاساسي بطريقة التكلفة الاقل:(0.5ن)

	D_1 و أ م	D_2 كندا	D_3 استراليا	العرض المتاح
S_1 ميناء الجزائر	5	3	4 50	50/0
S_2 ميناء وهران	6 40	2	5 20	60/40
S_3 ميناء عناية	4	1 50	3 0	50/0
الطلب	40	50/0	70/20/0	160

التحقق من الحل الاساسي: عدد الخانات المشغولة =4، عدد الاعمدة+ عدد الاسطر -1= $3+3-1=5$(**0.25ن**)

ومنه عدد الخانات المشغولة لاتساوي عدد الخانات حسب القانون، وبالتالي الحل الاساسي غير مقبول، اي نكون امام حالة خاصة من حالات النقل ويمكن معالجتها من خلال اضافة قيمة صفرية في احدى الخلايا الفارغة(**0.25ن**)

الحل الاساسي هو $X_{21}=40,\ X_{13}=50,\ X_{23}=20,\ X_{32}=50,\ X_{33}=0$

التكلفة الكلية: $50*4+40*6+20*5+50*1+3*0=590$(**0.25ن**)

5. ايجاد الحل الامثل بطريقة التوزيع المعدلة انطلاقا من طريقة ز ش غ:

الخطوة الأولى: حساب الخانات المشغولة في الجدول التالي:

الخلايا المشغولة	حساب القيم	U_I+V_J
(ن0.25)X_{11}	$U_1=0 \,.\, V_1=5$	$U_1+V_1=5$
(ن0.25)X_{12}	$0+V_2=3 \,.V_2=3$	$U_1+V_2=3$
(ن0.25)X_{22}	$U_2+3=2 \,,U_2=-1$	$U_2+V_2=2$
(ن0.25)X_{23}	$-1+V_3=5 \,.V_3=6$	$U_2+V_3=5$
(ن0.25)X_{33}	$U_3+6=3 \,,\, U_3=-3$	$U_3+V_3=3$

الخطوة الثانية: الخلايا غير المشغولة

يتم تقييم هده الخلايا من ايجاد التغير في التكاليف من خلال المعادلة التالية: $C_{IJ}-U_I-V_J$، ويتم تقييم الخلايا من الخلايا:

الخلايا غير الداخلة	$C_{IJ}-U_I-V_J$
(ن0.25)X_{13}	$C_{13}-U_1-V_3=4-0-6=-2\leq 0$
(ن0.25)X_{21}	$C_{21}-U_2-V_1=6+1-5=2\geq 0$
(ن0.25)X_{31}	$C_{31}-U_3-V_1=4+3-5=2\geq 0$
(ن0.25)X_{32}	$C_{32}-U_3-V_2=1+3-3=1\geq 0$

من خلال الجدول نلاحظ أن ان هناك قيم سالبة يعني امكانية تحسين الحل الاساسي، بقوم بتقديم جدول جديد بالاعتماد على خلية (3 1)، باعتبارها أصغر تغير في التكلفة. ويتم ملء الخلية بنفس طريقة القفز على الصخور كمايلي**(0.5ن):**

	D_1 و أ م	D_2 كندا	D_3 استراليا	العرض المتاح
S_1 ميناء الجزائر	$\boxed{5}$ 40	$\boxed{3}$ 10	$\boxed{4}$ +	50/10/0
S_2 ميناء وهران	$\boxed{6}$	$\boxed{2}$ 40	$\boxed{5}$ - 20	60/20
S_3 ميناء عناية	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	$\boxed{3}$ 50	50/0
الطلب	40/0	50/40/0	70/50/0	160

الجدول المعدل:(0.5ن)

	D_1 و أ م	D_2 كندا	D_3 استراليا	العرض المتاح
S_1 ميناء الجزائر	$\boxed{5}$ 40	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$ 10	50
S_2 ميناء وهران	$\boxed{6}$	$\boxed{2}$ 50	$\boxed{5}$ 10	60
S_3 ميناء عناية	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	$\boxed{3}$ 50	50
الطلب	40	50	70	160

التكلفة الكلية: $560-10*(-2)=540$ (0.25ن)

اختبار الحل المحسن من جديد:

الخطوة الأولى: حساب الخانات المشغولة في الجدول التالي:

الخلايا المشغولة	حساب القيم	U_I+V_J
X_{11}(0.25ن)	$U_1=0 . V_1=5$	$U_1+V_1=5$
X_{13}(0.25ن)	$0+ V_3=4 .V_3=4$	$U_1+V_3=4$
X_{22}(0.25ن)	$1+ V_2=2 , V_2=1$	$U_2+V_2=2$
X_{23}(0.25ن)	$U_2+4=5 . U_2=1$	$U_2+V_3=5$
X_{33}(0.25ن)	$U_3+ 4=3 , U_3=-1$	$U_3+V_3=3$

الخطوة الثانية: الخلايا غير المشغولة

يتم تقييم هده الخلايا من ايجاد التغير في التكاليف من خلال المعادلة التالية: $C_{IJ}-U_I-V_J$، ويتم تقييم الخلايا من الخلايا:

الخلايا غير الداخلة	$C_{IJ}-U_I-V_J$
X_{12}(0.25ن)	$C_{12}-U_1-V_2=3-0-1= 2\geq0$
X_{21}(0.25ن)	$C_{21}-U_2-V_1=6-1-5= 0\geq0$
X_{31}(0.25ن)	$C_{31}-U_3-V_1=4+1-5= 0\geq0$
X_{32}(0.25ن)	$C_{32}-U_3-V_2=1+1-1= 1\geq0$

من خلال الجدول أعلاه يتبين ان لا توجد قيم سالبة مما يجعلنا لا نستطيع تخفيض التكاليف، وبالتالي جدول النقل الاخير يعتبر هو التوزيع الافضل للكميات المنقولة، وتكلفة النقل الاجمالية هي 540 وحدة نقدية(0.25ن).

الحل الامثل هو $X_{11}=40, X_{13}=10, X_{22}=50, X_{23}=10, X_{33}=50$

التمرين الثاني:(7 نقاط)

1.اختزال مصفوفة الدفع:(0.5ن)

		اللاعب الثاني		
		B_1	B_2	B_3
اللاعب الاول	A_1	15	12	35
	A_2	14	8	10
	A_3	2	19	5

بما أن $10\leq35$ ، $8\leq12$ ، $14\leq15$،**نلاحظ ان بيانات الصف الاول اكبر من عناصر الصف الثاني، فيمكن نحذف الصف الثاني أي ان الاستراتيجية A_1 مسيطرة على الاستراتيجية الثانيةA_2 .**

كذلك $15\leq35$، $2\leq5$، اي الاستراتيجية B_1 تسيطر على الاستراتيجية B_3، فيمكن حذف الاستراتيجية B_3.

بعد اختزال الصفوف والاعمدة تظهر لنا المصفوفة الدفع المختزنة:

		اللاعب الثاني		
		B_1	B_2	MINJ
اللاعب الاول	A_1	15	12	12
	A_3	2	19	2
	MAXI	15	19	

1. البحث عن قيمة اللعبة لكل لاعب $V_1.V_2$: (**0.5**ن)

$V1 == \max_i . \text{mix}_j\ (a_{ij}) = 12$ اللاعب الأول

$V2 = \min_j . \max_i\ (a_{ij}) = 15$ اللاعب الثاني

بماأن. $V1 \neq v2$ يعني أنه لا توجد نقطة التقاء، لذا لا توجد استراتيجية واحدة بل توجد استراتيجيات مختلطة. (**0.25**ن)

2. البحث عن الاستراتيجيات المختلطة:

اللاعب الاول:

النتيجة المتوقعة للاعب الأول في حالة اختيار اللاعب الثاني للإستراتيجية الاولى B_1:

$15(p_1)+2(p_2)= 15p_1+2(1-p_1)= 15p_1+ 2-2p_1 = 2+13p_1$ (**0.25**ن)

النتيجة المتوقعة للاعب الأول في حالة اختيار اللاعب الثاني للإستراتيجية الاولى B_2:

$12(p_1)+19(p_2)= 12p_1+19(1-p_1)= 12p_1+ 19-19p_1 = 19-7p_1$ (**0.25**ن)

تساوي الطرفين:

$19-7p_1 = 2+13p_1$ وبحل المعادلة نجد: $\mathbf{P_1=17/20=85\%}$ (**0.25**ن). $\mathbf{P_2= 1-0.85= 0.15} = 15\%$ (**0.25**ن)

اي اللاعب الاول تستخدم الاستراتيجية A_1 نسبة 85% من الوقت، والاستراتيجية A_3 ب 15% من الوقت(0.25ن).

ومنه **تكون نتيجة المباراة بالنسبة للاعب الاول:**

حالة اختيا ر اللاعب الثاني للاستراتيجية الاولى B_1.

$V(A/B_1)=15(0.85)+2(0.15)=13.05$ (**0.25**ن)

حالة اختيا ر اللاعب الثاني للاستراتيجية الاولى B2

$V(A/B_2)=12(0.85)+19(0.15)=13.05$ (**0.25**ن)

ومنه حقق اللاعب الاول نتيجة موجبة قيمتها 13.05 عند تطبيق الاستراتيجية المختلطة وهي أفضل من الاستراتيجية الصافية الواحدة A_1 ربح قدره 12. (0.25ن)

اللاعب الثاني:

النتيجة المتوقعة للاعب الثاني في حالة اختيار اللاعب الثاني للإستراتيجية الاولى A_1:

$15(p_1)+12(p_2)= 15p_1+12(1-p_1)= 15p_1+ 12-12p_1= 12+3p_1$ (**0.25**ن)

النتيجة المتوقعة للاعب الثاني في حالة اختيار اللاعب الثاني للإستراتيجية الاولى A_3:

$2(p_1)+19(p_2)= 2p_1+19(1-p_1)= 2p_1+ 19-19p_1= 19-17p_1$ (**0.25**ن)

المساواة الطرفيين نجد:

$19-17p_1=12+3p_1$

$\mathbf{P_1=7/20=35\%}$ (0.25ن) $\mathbf{P_2= 1-0.35=65\%}$ (0.25ن)

اي اللاعب الثاني يستخدم الاستراتيجية B_1 بنسبة 35% من الوقت و 65 % يستخدم الاستراتيجية B_2 من الوقت(0.25ن).

ومنه **تكون نتيجة المباراة بالنسبة للاعب الثاني:**

حالة اختيا ر اللاعب الاول للاستراتيجية الاولى A_1:

$\mathbf{V(B/A_1)}= 15(0.35)+12(0.65)=13.05$ (0.25ن)

حالة اختيا ر اللاعب الاول للاستراتيجية الاولى A_3:

$\mathbf{V(B/A_3)}= 2(0.35)+19(0.65)=13.05$ (0.25ن)

هذه النتيجة خسارة ب 13.05 هي أفضل مما لو اتبع اللاعب الثاني الاستراتيجية الصافية لB1، حسب minimax التي يتعرض 15 خسارة، يعني أن الاستراتيجية المختلطة أفضل له. (0.5ن)

ومنه الاستراتيجية المختلطة هي أفضل بالنسبة للاعبين، لانها اكبر ربح للاعب الاول واقل خسارة للاعب الثاني(0.5ن)