

الحل النموذجي لإمتحان مقياس تحليل السلاسل الزمنية

التمرين الأول :

1 - ماذا نعني بالسلسلة الزمنية، وكيف يتم تحليل مكوناتها؟

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات المتعلقة بمؤشر ما مأخوذة عبر فترات زمنية مختلفة أو هي تحقيق للعملية العشوائية. (0.50)
ويتم تحليل مكونات السلسلة الزمنية المتمثلة في مكونات (1) الاتجاه العام، التقلبات الموسمية، الدورية، وكذا العشوائية وذلك باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة. (0.50)

2 - فيما تتمثل أهمية استقرارية العملية العشوائية (السلسلة الزمنية)؟

- ✓ تخفيض عدد المعالم وسهولة تفسيرها
- ✓ إمكانية التحليل الاستطلاعي
- ✓ إمكانية تقدير المعالم (0.75)
- ✓ سهولة وجود نمذجة البيانات
- ✓ إمكانية تطبيق نظرية وولد Wold

3 - فيما تتمثل أهمية دالة الارتباط الذاتي الجزئي؟

تتمثل أهمية دالة الارتباط الذاتي الجزئي في التعرف على النموذج الملائم للبيانات الزمنية المرصودة في منهجية بوكس وجينكنز. (0.50)

4 - ما الفرق بين التنبؤ بطريقة المتوسطات المتحركة وطريقة التمهيد الآسي؟

أن الأوزان في طريقة المتوسطات المتحركة متساوية بينما بطريقة التمهيد الآسي فالأوزان تتزايد أو تتناقص أسيا وهذا هو الفرق الجوهرى. (0.75)

التمرين الثنى :

1 - استخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة في إيجاد جميع التنبؤات باستخدام $k = 3$:

بما أن $k = 3$ فإنه يمكن تكوين $6 = 9 - 3 = (n - 3)$ متوسط وتحرك بسيط مناظر لقيم السلسلة المتاحة كما يلي : (1)

$$Y_4 = \frac{1}{3}(Y_3 + Y_2 + Y_1) = \frac{1}{3}(10 + 11 + 9) = 10$$

$$Y_5 = \frac{1}{3}(Y_4 + Y_3 + Y_2) = \frac{1}{3}(12 + 10 + 11) = 11$$

⋮

$$Y_9 = \frac{1}{3}(Y_8 + Y_7 + Y_6) = \frac{1}{3}(11 + 13 + 9) = 11$$

ويتم اعداد الجدول التالي :

السنة	Y_t	(1) \hat{Y}_t	(0.75) $\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$	(0.75) ε_t^2
1990	9	-	-	-
1991	11	-	-	-
1992	10	-	-	-
1993	12	10	2	4
1994	11	11	0	0
1995	9	11	-2	4
1996	13	10.667	2.333	5.443
1997	11	11	0	0
1998	9	11	-2	4
المجموع	-	-	-	17.443

2 - متوسط مربعات الأخطاء المناظرة هو : (0.75)

$$MSE = \frac{1}{6} (4 + 0 + 4 + 5.443 + 0 + 4) = \frac{17.443}{6} = 2.907$$

يتم اختيار أفضل قيمة لـ k :

يمكن اختيار هذا العدد بطريقة التجربة والخطأ، حيث تحسب جميع التنبؤات التي تناظر كل قيمة من قيم k الممكنة ($k = 2, 3, \dots, n-1$) وحساب متوسطات مربعات الأخطاء المناظرة واختيار قيمة k التي تناظر أصغر قيمة لمتوسط مربعات الأخطاء. (0.75)

ب. 1 - تحديد نوع هذه النماذج :

$$Y_i = 3.55 + 5.44X_i + \varepsilon_i$$

نموذج انحداري خطي بسيط (0.75)

$$Y_i = 0.59X_{1i} + 1.06X_{2i} + \varepsilon_i$$

نموذج انحداري خطي متعدد (0.75)

$$Y_t = 0.09Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1}$$

(0.75) ARMA(1,1) نموذج مختلط متوسك متحرك انحداري ذاتي من الشكل

$$Y_t = -0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t \quad (\varepsilon_t) \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad \text{حيث}$$

(0.75) AR(3) نموذج انحداري ذاتي من المرتبة 3 أي من الشكل

$$Y_t = \varepsilon_t + 0.45\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2}$$

(0.75) MA(2) نموذج متوسط متحرك من المرتبة 2 أي من الشكل

2 - هل النموذج الرابع مستقر :

$$Y_t = -0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t$$

يكون النموذج الانحداري الذاتي مستقر إذا كان : **(0.25)** $\left| \sum_{i=1}^p \phi_i \right| < 1$

ومنه : **(0.25)** $|-0.6 - 0.08 + 0.66| = |-0.02| = 0.02 < 1$ بالتالي النموذج مستقر.

2 - ساب μ , $Var(Y_t)$, $\gamma(1)$ للنموذج الرابع والخامس :

$$Y_t = -0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t \quad \text{النموذج الرابع :}$$

ساب المتوسط : (0.75)

بما أن النموذج مستقر فإن :

$$\mu = E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = E(Y_{t-3})$$

$$\mu = E(Y_t) = E(-0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t)$$

$$\mu = E(Y_t) = -0.6E(Y_{t-1}) - 0.08E(Y_{t-2}) + 0.66E(Y_{t-3}) + E(\varepsilon_t)$$

$$\mu = -0.6\mu - 0.08\mu + 0.66\mu$$

$$(1 + 0.6 + 0.08 - 0.66)\mu = 0 \Rightarrow \mu = 0$$

ساب التباين (0.50)

$$Var(Y_t) = \gamma(0) = Cov(Y_t, Y_t) = E(Y_t Y_t)$$

$$= E[Y_t(-0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t)]$$

$$\gamma(0) = -0.6\gamma(1) - 0.08\gamma(2) + 0.66\gamma(3)$$

ساب (0.50)

$$\gamma(1) = Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E(Y_t Y_{t-1})$$

$$= E[Y_{t-1}(-0.6Y_{t-1} - 0.08Y_{t-2} + 0.66Y_{t-3} + \varepsilon_t)]$$

$$\gamma(1) = -0.6\gamma(0) - 0.08\gamma(1) + 0.66\gamma(2)$$

$$\Rightarrow (1 + 0.08)\gamma(1) = -0.6\gamma(0) + 0.66\gamma(2)$$

$$\Rightarrow \gamma(1) = -0.56\gamma(0) + 0.61\gamma(2)$$

النموذج الخامس: $Y_t = \varepsilon_t + 0.45\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2}$

□ ساب المتوسط: (0.50)

بما أن النموذج مستقر فإن:

$$\mu = E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = E(Y_{t-3})$$

$$\mu = E(Y_t) = E(\varepsilon_t + 0.45\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2})$$

$$\mu = E(Y_t) = E(\varepsilon_t) + 0.45E(\varepsilon_{t-1}) - 1.05E(\varepsilon_{t-2})$$

$$\mu = 0$$

□ ساب التباين: (0.50)

$$Var(Y_t) = \gamma(0) = Cov(Y_t, Y_t) = E(Y_t Y_t)$$

$$= E[(\varepsilon_t + 0.4\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2})(\varepsilon_t + 0.4\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2})]$$

$$= E(\varepsilon_t^2) + (0.45)^2 E(\varepsilon_{t-1}^2) + (1.05)^2 E(\varepsilon_{t-2}^2)$$

$$= \sigma^2 + 0.203\sigma^2 + 1.103\sigma^2$$

$$\gamma(0) = 2.306\sigma^2$$

□ ساب: (0.50)

$$\gamma(1) = Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E(Y_t Y_{t-1})$$

$$= E[(\varepsilon_t + 0.45\varepsilon_{t-1} - 1.05\varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-1} + 0.45\varepsilon_{t-2} - 1.05\varepsilon_{t-3})]$$

$$= 0.45E(\varepsilon_{t-1}^2) - 1.05 \times 0.45E(\varepsilon_{t-2}^2)$$

$$= 0.45\sigma^2 - 0.473\sigma^2$$

$$\Rightarrow \gamma(1) = -0.023\sigma^2$$

التمرين الثالث:

بما أن النموذج جمعي فهو من الشكل: $(0.25) Y = T + S + C + A$ في هذا النموذج الجمعي يجب أن يكون مجموع قيم المعاملات الموسمية لكل الثلاثيات يساوي الصفر لكن:

$$\sum_{i=1}^4 \bar{S}_i = 0.6 - 1.958 - 1.275 + 2.708 = 0.075 \neq 0$$

بينما نجد مجموع المعاملات الموسمية المصححة لكل الثلاثيات يساوي الصفر: أي أن:

$$(0.25) \sum_{i=1}^4 S_i = 0.581 - 1.977 - 1.294 + 2.69 = 0$$

ومنه المكونات الموسمية هي: (0.25)

S_i	المعامل الموسمي المصحح	0.581	1.977-	1.294-	2.69
-------	------------------------	-------	--------	--------	------

بما أن معادلة الاتجاه العام المقدرة من الشكل: $(0.25) \hat{T} = 5.715 + 0.186t$

من خلال هذه المعادلة المقدرة نجد القيم التقديرية لمكونات الاتجاه العام (\hat{T})

T	Y_t	$(0.50)S_i$	$(1)\hat{T}$	$\hat{T} + S_i$	$(0.50)A = Y_t - (\hat{T} + S_i)$
1	6	0.581	5.901	6.482	-0.482
2	4.4	1.977-	6.087	4.110	0.290
3	5	1.294-	6.273	4.979	0.021
4	9	2.69	6.459	9.149	-0.149
5	7.2	0.581	6.645	7.226	-0.026
6	4.8	1.977-	6.831	4.854	-0.054
7	6	1.294-	7.017	5.723	0.277
8	10	2.69	7.203	9.893	0.107
9	8	0.581	7.389	7.970	0.03
10	5.6	1.977-	7.575	5.598	0.002
11	6.4	1.294-	7.761	6.467	-0.067
12	11	2.69	7.947	10.637	0.363
13	9	0.581	8.133	8.714	0.286
14	6.6	1.977-	8.319	6.342	0.258
15	7	1.294-	8.505	7.211	-0.211
16	10.8	2.69	8.691	11.381	-0.581