جامعة 08 ماي 1945 - قالمة
كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية
التخصص : 1Master MHT+MDS
السنة الدراسية : 2025 - 2026
التاريخ : 2026/05/09
المدة : ساعتان

الحل النموذجي لامتحان السداسي الثاني في مقياس الاساليب الكمية في التسويق2

حل التمرين 01 :

1/ - الفرق بين الاحصاء الكلاسيكي وتحليل البيانات :

* يعتمد الاحصاء الكلاسيكي على دراسة المتغيرات واحدا تلو الآخر لبناء العديد من المجموعات البيانية لمتغيرات، وهنا نجد أنفسنا أمام اشكالية حول الكيفيات التي يتم فيها استبدال هذه الرسوم برسم واحد (خريطة مسطحة) وكيف يتم اعطاء نظرة شاملة لمجموع النتائج

0,5

* بينما تحليل البيانات جاء ليحل هذه الاشكالية ويوفر الطرق والأساليب التي تمكن من دراسة هذه المتغيرات دفعة واحدة واستخلاص النتائج الشاملة.

0,5

2/ - يتم الحصول على النموذج اللوجيستي كما يلي : نعتمد على دالة الكثافة التراكمية اللوجيستية حيث :

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-z_i}} = \frac{e^{z_i}}{1+e^{z_i}}$$

$$1 - P_i = \frac{1}{1+e^{z_i}} \quad / \quad z_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

0,5

ومنه : $P_i / 1 - P_i = e^{z_i}$

ومنه : $\ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right) = z_i$

إذن : $\boxed{L_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i}$ .... (1)

* تتم معالجة عدم تجانس تباين الأخطاء بضرب طرفي المعادلة (1) في $\sqrt{W_i}$ حيث : $W_i = N_i \hat{P}_i (1 - \hat{P}_i)$

0,25

ليصبح النموذج من الشكل : 0,25

$$\boxed{\sqrt{W_i}\, L_i = \beta_0 \sqrt{W_i} + \beta_1 \sqrt{W_i} X_i + \sqrt{W_i}\, u_i}$$

3/ - نعني بإيجاد فضاء ش.ج بطريقة ACP هو ايجاد محاور أي أشعة توجيه والتي تمثل الأشعة الذاتية المرافقة للمصفوفة V أو R لمصفوفة البيانات 0,25

* أنواع التدوير هي نوعيين :

أ - التدوير المتعامد 0,5

ب - التدوير المائل

* وتكمن أهميته في تدوير محاور الفضاء الشعاعي الجزئي الذي نحن بصدد البحث عنه من أجل الوصول والحصول على أفضل وأمثل وضعية للمحاور من أجل تمثيل بيانات الظاهرة أحسن تمثيل. 0,25

4/ - أهم مشاكل نموذج الاحتمال الخطي :

* عدم اتباع مقدار الخطأ للتوزيع الطبيعي 0,5
* اختلاف تباينات الأخطاء
* عدم تحقق شرط $0 \leq E(Y_i/X) \leq 1$
* الجدل حول قيمة R^2 كمقياس لجودة التوفيق

التوزيع الاحصائي للأخطاء :

بما أن Y_i يتبع توزيع برنولي فإن $u_i = Y_i - \beta_0 + \beta_1 X_i$ 0,25

فهو أيضا يتبع توزيع برنولي 0,25

ويكون التوزيع الاحصائي لـ u_i :

u_i	$-\beta_0 + \beta_1 X_i$	$1 - \beta_0 - \beta_1 X_i$
$P(u_i)$	$1 - P_i$	P_i

0,5

حل التمرين 02:

1/ - ابعاد الدالة التمييزية:

2/ - مصفوفة التباين - التباين المشترك

الفئة الأولى:

$\bar{X}_1 = 60+70+80/3 = 70$

$\bar{X}_2 = 60+70+80/3 = 70$ 0,25

$S_1 = \frac{1}{n_1-1} X_c' X_c$ 0,25

$X_c = \begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 0 & 0 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ 0,25

ومنه

$S_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -10 & 0 & 10 \\ -10 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 0 & 0 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ 0,25

$S_1 = \begin{bmatrix} 100 & 100 \\ 100 & 100 \end{bmatrix}$ 0,1

الفئة الثانية:

$\bar{X}_1 = 60+70+80/3 = 70$

$\bar{X}_2 = 60+70+80/3 = 70$ 0,25

$X_c = \begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 0 & 0 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ 0,25

$S_2 = \frac{1}{n_2-1} X_c' X_c$

$= \begin{bmatrix} -10 & 0 & 10 \\ -10 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 0 & 0 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$

$S_2 = \begin{bmatrix} 100 & 100 \\ 100 & 100 \end{bmatrix}$ 0,25

ايجاد المصفوفة المجمعة:

$S_p = \frac{(n_1-1) S_1 + (n_2-1) S_2}{n_1+n_2-2}$ 0,25

$S_p = \begin{bmatrix} 100 & 100 \\ 100 & 100 \end{bmatrix}$ 0,1

حساب محدد S_p:

$\det(S_p) = \begin{vmatrix} 100 & 100 \\ 100 & 100 \end{vmatrix} = 0$ 0,1

* وبالتالي S_p لا تقبل مصفوفة عكسية 0,25
* ومنه نستنتج أنه لا يمكن استخراج الدالة التمييزية الخطية لأن S_p 0,1 لا تقبل مصفوفة S_p^{-1} وبالتالي لا توجد قدرة تمييزية بينهما.

2/- بالتالي لا يمكن تصنيف المشاهدة الجديدة تصنيفا موثوقا باستخدام 0,1 التحليل التمييزي الخطي.

حل التمرين 03:

1/ إيجاد المصفوفة V :

حساب المتوسطات :

$\bar{X}_1 = 11+11+11+7+10/5 = \boxed{10}$ 0,25

$\bar{X}_2 = 9+9+13+9+10/5 = \boxed{10}$

$\bar{X}_3 = 11+11+11+11+6/5 = \boxed{10}$

المصفوفة الممركزة :

$$X_c = \begin{bmatrix} 11-10 & 9-10 & 11-10 \\ 11-10 & 9-10 & 11-10 \\ 11-10 & 13-10 & 11-10 \\ 7-10 & 9-10 & 11-10 \\ 10-10 & 10-10 & 6-10 \end{bmatrix}$$ 0,25

$$X_c = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$ 0,25

حساب المصفوفة V :

$$V = \frac{1}{n-1} X'_c X_c$$ 0,25

$$= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$ 0,25

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$ 0,25

2/ إيجاد القيم الذاتية لـ V :

$$|V - \lambda I_3| = 0$$ 0,25

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 3-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0$$ 0,25

$$\Leftrightarrow (-1)^{1+1} \times (3-\lambda) \times \begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 0 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1)^{1+2} \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0$$ 0,25

$$\Leftrightarrow (3-\lambda)^2(5-\lambda) - (5-\lambda) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5-\lambda)\left[(3-\lambda)^2 - 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (5-\lambda)(8-6\lambda+\lambda^2) = 0$$ 0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 5 \\ \text{أو} \\ \lambda^2 + 6\lambda + 8 = 0 \end{cases}$$ 0,25

المميز Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4 \times 1 \times 8 = \boxed{4} > 0$$

حلين مختلفين :

0,25 $\lambda_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6-\sqrt{4}}{2} = \boxed{2}$

0,25 $\lambda_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6+\sqrt{4}}{2} = \boxed{4}$

إذن القيم الذاتية هي $\lambda_1 = 5 ; \lambda_2 = 2 ; \lambda_3 = 4$

ترتيبها تنازليا :

0,25 $\lambda_1 = 5 ; \lambda_2 = 4 ; \lambda_3 = 2$

إيجاد الأشعة الذاتية :

0,25 $(V - \lambda I_3) X = 0$

* من أجل $\lambda_1 = 5$

0,25 $(V - 5I_3) X_1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$ 0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

ومنه :

$$X'_1 = (x_1 ; x_2 ; x_3) = (0, 0, x_3) = x_3(0, 0, 1)$$

إذن الشعاع $u'_1 = (0, 0, 1)$ 0,25 هو شعاع ذاتي مرافق لـ $\lambda_1 = 5$

* $\|u_1\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1.$ 0,25

إذن هو شعاع وحدوي.

* من أجل $\lambda_2 = 4$:

$(V - 4I_3)X_2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$X_2' = (x_1 ; x_2 ; x_3) = (x_1 ; x_1 , 0)$

$= x_1 (1, 1, 0)$

ومنه $U_2' = (1, 1, 0)$ 0,25

$\|U_2'\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0} = \sqrt{2}$

ومنه $U_2' = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} ; \frac{1}{\sqrt{2}} , 0\right)$ 0,25

هو شعاع ذاتي مرافق لـ $\lambda_2 = 4$

وهو شعاع وحدوي.

* من أجل $\lambda_3 = 2$:

$(V - 2I_2) X_3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \\ 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -x_1 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$X_3' = (x_1 ; x_2 , x_3)$

$= (x_1 ; -x_1 ; 0)$ 0,25

$= x_1 (1 ; -1 ; 0)$

ومنه $U_3' = (1 ; -1 , 0)$

لدينا: $\|U_3\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}$

$= \sqrt{2}$ 0,25

ومنه $U_3' = \left(1/\sqrt{2} ; -1/\sqrt{2} ; 0\right)$

هو شعاع ذاتي مرافق لـ $\lambda_3 = 2$

وهو شعاع وحدوي.

3/ حساب الكثافة الكلية بطريقتين:

الطريقة 1 :

$I_T = \sum_{\alpha=1}^{3} \lambda_\alpha = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

0,25 $= 5 + 4 + 2 = 11.$

الطريقة 2 :

$I_T = Trace(V) = \sum a_{ii}$

0,25 $= 3 + 3 + 5 = 11$

α	F_α	λ_α	النسبة المئوية	ن . م . الصاعدة
1	F_1	5	%45	%45
2	F_2	4	%36	%81
3	F_3	2	%19	%100

0,25

الاستنتاج:

بما أن نسبة التباين الذي يحدثه العامل الاول هي %45 و العامل الثاني هي %36 وبالتالي مجموعهما %81 > %80 فيمكن اعتماد المحور الأول والثاني لتمثيل البيانات. 0,25

4/ - إيجاد العوامل:

$$* F_1 = X_c U_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

0,25

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

0,25

$$* F_2 = X_c * U_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4/\sqrt{2} \\ -4/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,828 \\ -2,828 \\ 0 \end{bmatrix}$$

0,25

$$\ast F_3 = X_c \ast U_3 = \begin{bmatrix}1&-1&1\\1&-1&1\\1&3&1\\-3&-1&1\\0&0&-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1/\sqrt{2}\\-1/\sqrt{2}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2/\sqrt{2}\\2/\sqrt{2}\\-2/\sqrt{2}\\-2/\sqrt{2}\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1,414\\1,414\\-1,414\\-1,414\\0\end{bmatrix}$$ (0,25)

ومنه:

(0,25)

i \ F_α	F_1	F_2	F_3
1	1	0	1,414
2	1	0	1,414
3	1	2,828	-1,414
4	1	-2,828	-1,414
5	-4	0	0

٤- حساب جودة تمثيل الفرد الخامس بالنسبة للمحور الثاني:

$$\cos^2\theta_{i\alpha} = \frac{F_\alpha^2(i)}{\sum_{\alpha=1}^{3} F_\alpha^2(i)}$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta_{52} = \frac{F_2^2(5)}{\sum_{\alpha=1}^{3} F_\alpha^2(5)}$$

(0,25) $$= \frac{0^2}{(-4)^2+0^2+0^2} = \boxed{0}$$

نسبة مساهمته في تشكيل المحور الثاني:

$$C_i^\alpha = \frac{F_\alpha^2(i)}{n\lambda_\alpha}$$

$$C_5^2 = \frac{0^2}{6\times 4} = \boxed{0}$$ (0,25)

٣- ايجاد احداثيات المتغيرات في فضاء الأفراد:

$$G_\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha}\, U_\alpha$$ (0,25)

$$\Rightarrow \ast G_1 = \sqrt{5}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\\sqrt{5}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\2,236\end{pmatrix}$$

(0,25)

$$\Rightarrow \ast G_2 = \sqrt{4}\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\1/\sqrt{2}\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sqrt{2}\\\sqrt{2}\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1,414\\1,414\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \ast G_2 = \sqrt{2}\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\-1/\sqrt{2}\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

ومنه احداثيات المتغيرات:

x_j \ G_α	G_1	G_2	G_3
x_1	0	1,414	1
x_2	0	1,414	-1
x_3	2,236	0	0

(0,25)