جامعة 8ماي 1945قالمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

2024/05/14

السنة الثانية LMD

تخصص علوم تجارية

الحل النموذجي في مقياس أساسيات بحوث العمليات

حل التمرين الاول: (8 نقاط)

الترميز:

- نرمز لمادة الخام A: X_1 (0.5ن)
- نرمز لمادة الخام B: X_2 (0.5ن)

جدول المسألة: (4ن)

المواد الكيميائية المستخرجة	كل وحدة من المادة الخام تحتوي على الكميات		الكمية اللازم توفرها من المواد الكيمائية
	A	B	
مادةK	3	1	9
مادة L	2	1	8
مادة P	1	1	6
تكلفة شراء ماجة الخام	03	02	

(0.5ن)دالة الهدف: $\text{Min } Z=3x_1+2x_2$

$$(2\text{ن})\begin{cases}3x_1+x_2\geq 9\\2x_1+x_2\geq 8\\x_1+x_2\geq 6\end{cases}$$

$$x_1\geq 0, x_2\geq 0$$

وهي الصياغة الرياضية الخطية لهذه المسألة (0.5ن)

حل التمرين 02: (12 نقطة).

حل البرنامج الخطي التالي بطريقة السمبلكس:

$$Min: Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$S/c \begin{cases} 3x_1 + 4x_3 \leq 5 \\ 5x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 8x_1 + 9x_3 \geq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

* الصيغة النموذجية:

$$\Rightarrow Min: Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0\underset{0}{x_4^e} + Mx_5^a + 0\underset{0}{x_6^e} + Mx_7^a \quad (0,25)$$

$$S/c \begin{cases} 3x_1 + 4x_3 + x_4^e = 5 & (0,25) \\ 5x_1 + x_2 + 6x_3 + x_5^a = 7 & (0,25) \\ 8x_1 + 9x_3 - x_6^e + x_7^a = 2 & (0,25) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4^e \geq 0, x_5^a \geq 0, x_6^e \geq 0, x_7^a \geq 0 & (0,25) \end{cases}$$

* نستخرج قيم x_5^a و x_7^a:

$$\Rightarrow x_5^a = 7 - 5x_1 - x_2 - 6x_3 \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow x_7^a = 2 - 8x_1 - 9x_3 + x_6^e \quad (0,25)$$

* نعوض قيم x_5^a و x_7^a في $Min: Z$ نجد:

$$\Rightarrow Min: Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + M(7 - 5x_1 - x_2 - 6x_3) + M(2 - 8x_1 - 9x_3 + x_6^e).$$

بعد عمليات نشر الأقواس واستخراج الحدود المشتركة نجد:

$$\Rightarrow Min: Z = x_1(1 - 13M) + x_2(2 - M) + x_3(3 - 15M) + Mx_6^e + 9M \quad (0,25)$$

بما أن $Min\,Z = 0$ فإن :

$$\Rightarrow (1-13M)x_1+(2-M)x_2+(3-15M)x_3+Mx_6^{a}=-9M$$ (0,25)

وعليه يمكن إيجاد جدول الحل الأساسي الأول كما يلي :

	x_1	x_2	x_3	x_4^{e}	x_5^{e}	x_6^{e}	x_7^{e}	B	%
x_4^{e}	3	0	4	1	0	0	0	5	$\frac{5}{4}$
x_5^{e}	5	1	6	0	1	0	0	7	$\frac{7}{6}$
x_7^{e}	8	0	9	0	0	-1	1	2	$\frac{2}{9}$
ΔZ	$1-13M$	$2-M$	$3-15M$	0	0	M	0	$-9M$	-

1,5

x_3 : المتغيرة التي تدخل الأساس .

x_7^{e} : " " تخرج من " . 9 : عنصر الارتكاز

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الثاني كما يلي :

	x_1	x_2	x_3	x_4^{e}	x_5^{e}	x_6^{e}	x_7^{e}	B	%
x_4^{e}	$-\frac{5}{9}$	0	0	1	0	$\frac{4}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$\frac{37}{9}$	∞
x_5^{e}	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{17}{3}$	$\frac{17}{3}$
x_3	$\frac{8}{9}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	∞
ΔZ	$\frac{-5+M}{3}$	$2-M$	0	0	0	$\frac{1-2M}{3}$	$\frac{-1+5M}{3}$	$\frac{-2-17M}{3}$	-

1

x_2 : المتغيرة التي تدخل الأساس .

x_5^{e} : " " تخرج من " 1 : عنصر الارتكاز

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الثالث كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	B	٪
x_4	$-\frac{5}{9}$	0	0	1	0	$\frac{4}{9}$	/	$\frac{37}{9}$	⊖
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	1	$\frac{2}{3}$	/	$\frac{17}{3}$	⊖
x_3	$\frac{8}{9}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{9}$	/	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$
ΔZ	-1	0	0	0	$-4+1$	-1	/	-12	-

1,5

x_1: المتغيرة التي تدخل الأساس. $\frac{8}{9}$: عنصر الارتكاز.

x_3: " " خرج منها "

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الرابع كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	B	٪
x_4	0	0	$\frac{5}{8}$	1	/	$\frac{3}{8}$	/	$\frac{17}{4}$	$\frac{34}{3}$
x_2	0	1	$\frac{3}{8}$	0	/	$\frac{2}{8}$	/	$\frac{3}{4}$	$\frac{46}{5}$
x_1	1	0	$\frac{9}{8}$	0	/	$-\frac{1}{8}$	/	$\frac{1}{4}$	⊖
ΔZ	0	0	$\frac{9}{8}$	0	/	$-\frac{9}{8}$	/	$-\frac{17}{4}$	-

1,5

x_6: المتغيرة التي تدخل الأساس. $\frac{2}{8}$: عنصر الارتكاز.

x_2: " " خرج منها "

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الخامس كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	B
x_4	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	/	0	/	$\frac{4}{5}$
x_6	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	/	1	/	$\frac{16}{5}$
x_1	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	0	/	0	/	$\frac{1}{5}$
ΔZ	0	$\frac{9}{5}$	$\frac{9}{5}$	0	/	0	/	$-\frac{17}{5}$

1,25

كل عناصر السطر الأخير $\Delta Z \geq 0$ وعليه تحقق الحل الأساسي الأمثل.

0,25

ط2:

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الثالث كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4^e	x_5^a	x_6^e	x_7^a	B	%
x_4^e	$-\frac{5}{9}$	0	0	1	0	$\frac{4}{9}$	1	$\frac{37}{9}$	$\frac{37}{4}$
x_2	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	1	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{17}{3}$	$\frac{17}{2}$
x_3	$\frac{8}{9}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{9}$	1	$\frac{2}{9}$	-2
ΔZ	-1	0	0	0	-2+M	-1	1	-12	-

1

x_6^e: المتغيرة التي تدخل الأساس. $\frac{2}{3}$: عنصر الارتكاز.

x_2: " " خرج من " "

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الرابع كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4^e	x_5^a	x_6^e	x_7^a	B	%
x_4^e	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	1	1	0	1	$\frac{1}{3}$	⊖
x_6^e	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	0	1	1	1	$\frac{17}{2}$	⊖
x_3	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	1	0	1	0	1	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{5}$
ΔZ	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	0	1	0	1	$-\frac{7}{2}$	-

1

x_1: المتغيرة التي تدخل الأساس. $\frac{5}{6}$: عنصر الارتكاز.

x_3: " " خرج من " "

وعليه يكون جدول الحل الأساسي الخامس كما يلي:

	x_1	x_2	x_3	x_4^e	x_5^a	x_6^e	x_7^a	B
x_4^e	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	1	0	1	$\frac{4}{5}$
x_6^e	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	1	1	1	$\frac{46}{5}$
x_1	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	0	1	0	1	$\frac{7}{5}$
ΔZ	0	$\frac{9}{5}$	$\frac{9}{5}$	0	1	0	1	$-\frac{7}{5}$

1,25

لا عناصر السطر الأخير $\Delta Z \geq 0$ وعليه جدول الحل الأساسي أمثل

0,25

وتكون النتائج المتحصل عليها كما يلي:

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7}{5} \\ x_4^e = \frac{4}{5} \\ x_6^e = \frac{46}{5} \end{cases}$$ (0,50)

وبقية المتغيرات معدومة

$x_2 = x_3 = x_5^e = x_7^e = 0$

(0,25)

لاحظ أن الدالة الاقتصادية تحسنت قيمتها وانتقلت من القيمة 12 إلى 1,75 وانخفضت إلى 1,40 (و.ن) كأدنى قيمة للتكاليف.

ويمكننا التأكد من ذلك كما يلي: (0,25)

$$\Rightarrow \text{Min } Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{7}{5} + 2.0 + 3.0 = \frac{7}{5} = 1,40 \text{ (و.ن)}$$

وعليه: $x_1 = \frac{7}{5}$ وبقية المتغيرات معدومة.

كما أن هذه النتائج تحقق قيود المسألة كما يلي:

* القيد الأول: (0,25)

$$\Rightarrow 3x_1 + 4x_3 \geq 5 \Rightarrow 3.\frac{7}{5} + 4.0 = \frac{21}{5} > 5$$

وبوجود متغيرات عاطلة نقدر بـ: $x_4^e = \frac{4}{5}$ نجد:

$$\Rightarrow \frac{21}{5} + \frac{4}{5} = 5 = 5$$

والقيد محقق تماما.

* القيد الثاني:

$$\Rightarrow 5.x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \Rightarrow 5.\frac{7}{5} + 6.0 + 0 = 7 = 7$$

والقيد محقق تماما (0,25)

* القيد الثالث:

$$\Rightarrow 8x_1 + 9x_3 \geq 12 \Rightarrow 8.\frac{7}{5} + 9.0 = \frac{56}{5} > 12$$

وبوجود متغيرات عاطلة نقدر بـ: $x_6^e = \frac{46}{5}$ نجد:

$$\Rightarrow \frac{56}{5} - \frac{46}{5} = \frac{10}{5} = 2 = 2$$

فالقيد محقق تماما (0,25)

F.Smeli janvier 2017