الامتحان النهائي في مقياس إحصاء 1

ملاحظة هامة: تكون الإجابة على الشكل التالي: القانون = التعويض العددي = النتيجة النهائية. الجداول الخاصة بالحسابات لا تُكتب في ورقة الاجابة، ويُحتفظ برقمين بعد الفاصلة مع التقريب في جميع العمليات. الكتابة تكون بخط واضح من غير تشطيب ويُمنع استعمال القلم الأحمر.

التمرين رقم 1: (12 نقطة) الجدول التالي يُمثل التوزيع التكراري المطلق لـ 32 مؤسسة حسب قيمة المبيعات الشهرية. (الوحدة: مليون دج)

$Classes$	$3-13$	$13-21$	$21-31$	$31-33$	$33-43$
Fi	12	8	6	4	2

1. حدد المجتمع الإحصائي، الصفة، طبيعة الصفة، وطبيعة المتغيرة؛ (1ن)
2. أحسب نسبة المؤسسات التي تقل قيمة مبيعاتها عن 17 مليون دج؛ (0,5ن)
3. أحسب متوسط قيمة المبيعات $\bar{x}$ بالطريقة المباشرة وبطريقة الوسط الفرضي $(\alpha = 8)$؛ (2ن)
4. أحسب الوسيط Me بالاعتماد على قيم Fcc والمنوال Mo بالطريقة الحسابية؛ (2ن)
5. أحسب المتوسط التوافقي H والمتوسط التربيعي MQ؛ (2ن)
6. أحسب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$، الانحراف الرُبيعي e_Q، والانحراف المعياري للعينة S_x؛ (3,5ن)
7. أحسب معامل الاختلاف $Coefficient\ de\ Variation$ الأول والثاني. (1ن)

التمرين رقم 2: (5 نقاط) ليكن لدينا التوزيع التكراري النسبي المئوي التالي: $(\sum Fi = 20)$

Xi	1	2	3	4	5
$Fr(\%)$	15	25	25	15	20

1. أحسب العزوم اللامركزية والعزوم المركزية، ثم استنتج قيمة الانحراف المعياري σ_x؛ (2,25ن)
2. تأكد من صحة العزوم المركزية بالاعتماد على العزوم اللامركزية؛ (0,75ن)
3. أحسب معامل الالتواء $Coefficient\ d'asymétrie$ بالطريقة الدقيقة γ_F وماذا تستنتج؛ (1ن)
4. أحسب معامل التفرطح $Coefficient\ d'aplatissement$ وماذا تستنتج. (1ن)

التمرين رقم 3: (3 نقاط) توفرت لدى باحث اقتصادي بيانات حول الدخل الشهري (X) والاستهلاك الشهري (Y) لعينة من خمسة عائلات. (الوحدة: ألف دج)

$Famille$	1	2	3	4	5
X	50	40	65	100	45
Y	40	30	45	55	30

1. أحسب متوسط الدخل والاستهلاك، ثم حدد قيمة معامل الارتباط $Coefficient\ de\ corrélation\ r$ بين المتغيرين وماذا تستنتج؛ (1,25ن)
2. أوجد معادلة خط الانحدار البسيط $Régression\ Linéaire\ Simple$ لقيمة الاستهلاك الشهري بدلالة الدخل الشهري؛ (1,25ن)
3. ما هو تقدير قيمة الاستهلاك الشهري إذا كان الدخل الشهري يساوي 80 ألف دج. (0,5ن)

بالتوفيق لجميع الطلبة

الفريق البيداغوجي لمقياس إحصاء 1

الحل النموذجي للامتحان النهائي في مقياس إحصاء 1

حل التمرين رقم 1: (12 نقطة)

1. المجتمع الإحصائي: 32 مؤسسة (0,25P)، الصفة: قيمة المبيعات (0,25P)،طبيعة الصفة: كمية (0,25P)، طبيعة المتغيرة: متصلة (0,25P).

2. نسبة المؤسسات التي تقل قيمة مبيعاتها عن 17 مليون دج:

$$\begin{cases}[13-21[:8\longrightarrow 8\\ [13-17[:4\longrightarrow x\end{cases}\Rightarrow x=\frac{4\times 8}{8}=4\Leftrightarrow 4+12=16\Longrightarrow \frac{16}{32}\times 100=\mathbf{50\%}\quad (0{,}5P)$$

3. حساب متوسط قيمة المبيعات $\bar{x}$ باستخدام الطريقة المباشرة وطريقة الوسط الفرضي $(\alpha=8)$:

$$\bar{x}=\frac{\sum F_iC_i}{\sum F_i}=\frac{592}{32}=\mathbf{18,5}\quad (1P)$$

$$\bar{x}=\alpha+\frac{\sum F_iw_i}{\sum F_i}=8+\frac{336}{32}=\mathbf{18,5}\quad (1P)$$

4. حساب الوسيط بالاعتماد على قيم Fcc والمنوال بالطريقة الحسابية:

$$Rme=\frac{\sum Fi}{2}=16\Longrightarrow Me=L_0+\frac{F_2-\frac{\sum F_i}{2}}{F_2-F_1}\times K=13+\frac{16-12}{20-12}\times 8=\mathbf{17}\quad (1P)$$

$$Mo=L_0+\frac{(F_0^*-F_1^*)}{(F_0^*-F_1^*)+(F_0^*-F_2^*)}\times K=31+\frac{(20-6)}{(20-6)+(20-2)}\times 2$$
$$=\mathbf{31,88}\ (1P)$$

5. حساب المتوسط التوافقي H والمتوسط التربيعي MQ:

$$H=\frac{\sum F_i}{\sum\frac{F_i}{c_i}}=\frac{32}{2{,}38}=\mathbf{13,45}\quad (1P)$$

$$MQ=\sqrt{\frac{\sum F_iC_i^2}{\sum F_i}}=\sqrt{\frac{14120}{32}}=\sqrt{441{,}25}=\mathbf{21,01}\quad (1P)$$

6. حساب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$، الانحراف الرُبيعي e_Q، والانحراف المعياري للعينة S_x:

$$e_{\bar{x}}=\frac{\sum F_i|c_i-\bar{x}|}{\sum F_i}=\frac{276}{32}=\mathbf{8,63}\quad (1P)$$

$$e_Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{27{,}67-9{,}67}{2}=\mathbf{9}\quad (0{,}5P)$$

$$RQ_1=\frac{\sum Fi}{4}=8\Rightarrow Q_1=L_0+\frac{\frac{\sum F_i}{4}-F_1}{F_2-F_1}\times K=3+\frac{8-0}{12-0}\times 10=\mathbf{9,67}\quad (0{,}5P)$$

$$RQ_3=\frac{3\sum Fi}{4}=24\Rightarrow Q_3=L_0+\frac{\frac{3\sum F_i}{4}-F_1}{F_2-F_1}\times K=21+\frac{24-20}{26-20}\times 10=\mathbf{27,67}\ (0{,}5P)$$

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum F_i(c_i-\bar{x})^2}{(\sum F_i)-1}}=\sqrt{\frac{3168}{31}}=\sqrt{102{,}19}=\mathbf{10,11}\ (1P)$$

7. حساب معامل الاختلاف CV الأول والثاني:

$$CV_1=\frac{S_x}{\bar{x}}\times 100=\frac{10{,}11}{18{,}5}\times 100=\mathbf{54,65\%}\quad (0{,}5P)$$

$$CV_2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Me} \times 100 = \frac{27{,}67 - 9{,}67}{17} \times 100 = \mathbf{105{,}88\%} \quad (0{,}5P)$$

حل التمرين رقم 2: (5نقاط)

1. حساب العزوم اللامركزية والعزوم المركزية:

$$m_r = \frac{\sum F_i X_i^r}{\sum F_i}$$

$$m_1 = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i} = \bar{x} = \frac{60}{20} = \mathbf{3} \quad (0{,}25P) \qquad m_2 = \frac{\sum F_i X_i^2}{\sum F_i} = \frac{216}{20} = \mathbf{10{,}8} \quad (0{,}25P)$$

$$m_3 = \frac{\sum F_i X_i^3}{\sum F_i} = \frac{870}{20} = \mathbf{43{,}5} \quad (0{,}25P) \qquad m_4 = \frac{\sum F_i X_i^4}{\sum F_i} = \frac{3765}{20} = \mathbf{187{,}8} \quad (0{,}25P)$$

$$\mu_r = \frac{\sum F_i (X_i - \bar{x})^r}{\sum F_i}$$

$$\mu_1 = \frac{\sum F_i (X_i - \bar{x})}{\sum F_i} = \mathbf{0} \quad (0{,}25P) \qquad \mu_2 = \frac{\sum F_i (X_i - \bar{x})^2}{\sum F_i} = \frac{36}{20} = \mathbf{1{,}8} \quad (0{,}25P)$$

$$\mu_3 = \frac{\sum F_i (X_i - \bar{x})^3}{\sum F_i} = \frac{6}{20} = \mathbf{0{,}3} \quad (0{,}25P) \qquad \mu_4 = \frac{\sum F_i (X_i - \bar{x})^4}{\sum F_i} = \frac{120}{20} = \mathbf{6} \quad (0{,}25P)$$

الاستنتاج:

$$\mu_2 = \sigma_x^2 \Leftrightarrow \sigma_x = \sqrt{\mu_r} = \sqrt{1{,}8} = \mathbf{1{,}34} \quad (0{,}25P)$$

2. التأكد من صحة العزوم المركزية بالاعتماد على العزوم اللامركزية:

$$\boldsymbol{\mu_2} = m_2 - m_1^2 = 10{,}8 - (3)^2 = \mathbf{1{,}8} \quad (0{,}25P)$$

$$\boldsymbol{\mu_3} = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3 = 43{,}5 - 3(10{,}8)(3) + 2(3)^3 = \mathbf{0{,}3} \quad (0{,}25P)$$

$$\boldsymbol{\mu_4} = m_4 - 4m_3 m_1 + 6m_2 m_1^2 - 3m_1^4 = 187{,}8 - 4(43{,}5)(3) + 6(10{,}8)(3)^2 - 3(3)^4 = \mathbf{6} \quad (0{,}25P)$$

3. حساب معامل الالتواء بالطريقة الدقيقة γ_F:

$$\gamma_F = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = \frac{0{,}3}{(1{,}34)^3} = \mathbf{0{,}12} \quad (0{,}75P)$$

الاستنتاج: التوزيع موجب الالتواء (يمتد نحو اليمين). (0,25P)

4. حساب معامل التفرطح العزمي K:

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} = \frac{6}{(1{,}34)^4} = \mathbf{1{,}86} \quad (0{,}75P)$$

الاستنتاج: التوزيع مفرطح القمة. (0,25P)

حل التمرين رقم 3: (3 نقاط)

1. حساب متوسط الدخل والاستهلاك وتحديد قيمة معامل الارتباط r بين المتغيرين:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{300}{5} = \mathbf{60} \quad (0{,}25P) \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{200}{5} = \mathbf{40} \quad (0{,}25P)$$

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{975}{\sqrt{2350 \times 450}} = \mathbf{0{,}95} \quad (0{,}5P)$$

الاستنتاج: نستنتج أن هناك ارتباط طردي قوي بين المتغيرين. (0,25P)

2. ايجاد معادلة خط الانحدار البسيط لقيمة الاستهلاك بدلالة الدخل الشهري:

$$b = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2} = \frac{975}{2350} = \mathbf{0{,}41} \quad (0{,}5P)$$

أو

$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5 \times 12975 - 300 \times 200}{5 \times 20350 - 300 \times 300} = \mathbf{0,41}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 40 - 0{,}41 \times 60 = \mathbf{15,4} \quad (0{,}5P)$$

$$\boldsymbol{Y = 15,4 + 0,41X} \quad (0{,}25P)$$

3. تقدير قيمة الاستهلاك إذا كان الدخل الشهري يساوي 80 ألف دج:

$$Y = 15{,}4 + 0{,}41X \Leftrightarrow Y = 15{,}4 + 0{,}41(80) = \mathbf{48,2} \ (0{,}5P)$$

أي أن قيمة الاستهلاك المتوقع يساوي 48,2 ألف دج.

ملاحظات حول كيفية التصحيح من أجل توحيد العملية:

- القانون لوحده (صفر)؛
- النتيجة النهائية لوحدها (صفر)؛
- القانون خاطئ + التعويض خاطئ + النتيجة صحيحة (صفر).
- القانون صحيح + النتيجة صحيحة (نصف العلامة)؛
- التعويض صحيح + النتيجة صحيحة (نصف العلامة)؛
- القانون صحيح + التعويض صحيح + النتيجة خاطئة (نصف العلامة)؛
- القانون صحيح + التعويض صحيح + النتيجة قريبة جدا من الصحيحة (العلامة كاملة).
- تبقى هناك بعض الحالات تقييمها يخضع لتقدير الأستاذ.

بالتوفيق للجميع