

**الاجابة النموذجية للامتحان النهائي في مقياس تحليل البيانات التسويقية**

تمرين 01:

1- حساب  $X'X$ .....(1 نقطة)

$$X'X = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 16 + 36 & 6 + 20 + 6 \\ 6 + 20 + 6 & 9 + 25 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 & 32 \\ 32 & 35 \end{bmatrix}$$

2- أيجاد القيم الذاتية للمصفوفة  $X'X$ .....(2 نقطة)

$$\det(X'X - \lambda I) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 56 - \lambda & 32 \\ 32 & 35 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(56 - \lambda)(35 - \lambda) - 32^2 = 0 \rightarrow 1960 - 56\lambda - 35\lambda + \lambda^2 - 1024 = 0$$

$$\lambda^2 - 91\lambda + 936 = 0$$

$$\Delta = (-91)^2 - 4(1)(936) = 8281 - 3744 = 4537$$

$$\lambda_1 = \frac{91 + \sqrt{4537}}{2} = \frac{91 + 67.357}{2} = 79.175 \quad , \quad \lambda_2 = \frac{91 - \sqrt{4537}}{2} = \frac{91 - 67.357}{2} = 11.821$$

3- أيجاد الأشعة الذاتية المرتبطة بالقيم الذاتية:.....(3 نقطة)

$$U = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{نضع :}$$

$$(X'X - \lambda I)U = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} 56 - \lambda & 32 \\ 32 & 35 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- حالة  $\lambda_1 = 79.178$ 

$$\begin{bmatrix} -23.175 & 32 \\ 32 & -44.178 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -23.178x + 32y = 0 \dots \dots \dots (1) \\ 32x - 44.178y = 0 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلة (1) و (2) نجد :

$$8.822x - 12.178y = 0$$

$$8.822x = 12.178y \rightarrow x = \frac{12.178}{8.822}y \rightarrow x = 1.38y$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.38y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 1.38 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- حالة  $\lambda_2 = 11.821$ 

$$\begin{bmatrix} 44.179 & 32 \\ 32 & 23.179 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 44.179x + 32y = 0 \dots \dots \dots (1) \\ 32x + 23.179y = 0 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلة (1) و (2) نجد :

$$76.179x + 55.179y = 0$$

$$76.179x = -55.179y \rightarrow x = \frac{-55.179}{76.179}y \rightarrow x = -0.724y$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.724y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} -0.724 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 1- الجدول المزدوج النسي: حسب المهنة والجنس: (2 نقطة)

	المهنة 01	المهنة 02	المجموع
ذكر	$\frac{20}{90} = 0.22$	$\frac{15}{90} = 0.17$	0.39
أنثى	$\frac{30}{90} = 0.33$	$\frac{25}{90} = 0.28$	0.61
المجموع	055	0.45	1

وعليه يمكن كتابة مصفوفة الاحتمالات

$$F = \begin{bmatrix} 0.22 & 0.17 \\ 0.33 & 0.28 \end{bmatrix}$$

## 2- مصفوفة القيم الفعلية: تحدد انتلاقا من التوزيع الهاشمي للصفوف والاعمدة كما يلي : (2 نقطة)

$$E_{(ij)} = R_I E_J$$

حيث  $i = 1 \dots n$  ،  $j = 1 \dots m$ 

$$E = \begin{bmatrix} 0.39 & 0.55 & 0.39 & 0.45 \\ 0.61 & 0.55 & 0.61 & 0.45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.18 \\ 0.34 & 0.27 \end{bmatrix}$$

- مصفوفة التباعد: تمثل الفرق بين القيم الفعلية والقيم المتوقعة

$$D_{ij} = F_{ij} - E_{ij}$$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0.22 & 0.17 \\ 0.33 & 0.28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.21 & 0.18 \\ 0.34 & 0.27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$$

## 3- إنشاء مصفوفة التباينات والتباينات المشتركة: (4 نقطة)

$$\varepsilon = D' \cdot D$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0002 & -0.0002 \\ -0.0002 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

من أجل تحديد العلاقة بين المتغيرين نلجأ إلى اختبار كاي تربع الذي يقوم على الفرضيات التالية:

 $H_0$  المتغيرين مستقلين $H_1$  المتغيرين غير مستقلينحيث نرفض الفرضية الصفرية إذا كانت: الجدولية  $\chi^2_{\text{المحسوبة}} > \chi^2_{\text{الجدولية}}$ 

حيث تحسب إحصائية الاختبار كاي تربع بالعلاقة التالية:

$$\chi^2_{ij} = \sum_{ij}^{n,m} \frac{(F_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

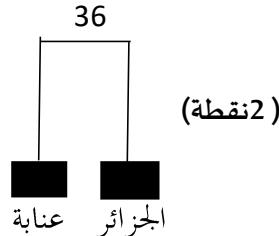
$$\chi^2 = \begin{bmatrix} \frac{(0.22 - 0.21)^2}{0.21} & \frac{(0.17 - 0.18)^2}{0.18} \\ \frac{(0.33 - 0.34)^2}{0.34} & \frac{(0.28 - 0.27)^2}{0.27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.0006 \\ 0.0003 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

$$\chi^2_{\text{المحسوبة}} = 0.0005 + 0.0006 + 0.0003 + 0.0002 = 0.0016 \quad \text{إحصائية كاي تربع المحسوبة}$$

$$\chi^2_{(2-1),(2-1), 0.05} = \chi^2_{(1,0.05)} = 3.841 \quad \text{إحصائية كاي تربع الجدولية}$$

بما أن إحصائية الاختبار كاي تربع المحسوبة 0.0016 أقل من إحصائية الاختبار كاي تربع الجدولية 3.841 فإننا نقبل الفرضية الصفرية أي المتغيرين مستقلين أي لا توجد علاقة بين المهنة والجنس

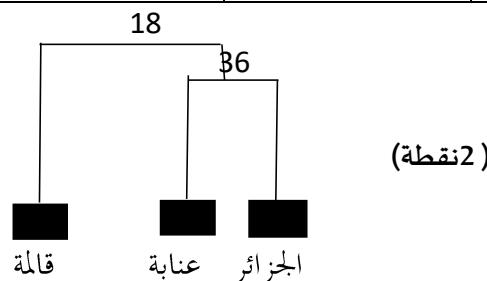
	الجزائر	قملة	عنابة	الطارف
الجزائر	0	18	36	148
قملة		0	196	220
عنابة			0	260
الطارف				0



$$d(\text{قملة}, \text{عنابة}) = \min(d(\text{قملة}, \text{عنابة}), d(\text{عنابة}, \text{الجزائر})) = \min(18, 196) = 18$$

$$d(\text{الطارف}, \text{عنابة}) = \min(d(\text{الطارف}, \text{عنابة}), d(\text{عنابة}, \text{الجزائر})) = \min(148, 260) = 148$$

	(عنابة، الجزائر)	قملة	الطارف
(عنابة، الجزائر)	0	18	148
قملة		0	220
الطارف			0



$$d(\text{قملة}, \text{عنابة}) = \min(d(\text{قملة}, \text{عنابة}), d(\text{عنابة}, \text{الجزائر})) = \min(148, 220) =$$

148

	قملة (عنابة، الجزائر)	الطارف
قملة (عنابة، الجزائر)	0	148
الطارف		0

148

