

الاجابة النموذجية للامتحان النهائي في مقياس تحليل البيانات التسويقية

تمرين 01:

1- حساب $X'X$:.....(1 نقطة)

$$X'X = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 16 + 36 & 6 + 20 + 6 \\ 6 + 20 + 6 & 9 + 25 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 & 32 \\ 32 & 35 \end{bmatrix}$$

2- أيجاد القيم الذاتية للمصفوفة $X'X$:.....(2 نقطة)

$$\det(X'X - \lambda I) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 56 - \lambda & 32 \\ 32 & 35 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(56 - \lambda)(35 - \lambda) - 32^2 = 0 \rightarrow 1960 - 56\lambda - 35\lambda + \lambda^2 - 1024 = 0$$

$$\lambda^2 - 91\lambda + 936 = 0$$

$$\Delta = (-91)^2 - 4(1)(936) = 8281 - 3744 = 4537$$

$$\lambda_1 = \frac{91 + \sqrt{4537}}{2} = \frac{91 + 67.357}{2} = 79.175, \lambda_2 = \frac{91 - \sqrt{4537}}{2} = \frac{91 - 67.357}{2} = 11.821$$

3- أيجاد الأشعة الذاتية المرتبطة بالقيم الذاتية :.....(3 نقطة)

$$U = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} : \text{نضع}$$

$$(X'X - \lambda I)U = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} 56 - \lambda & 32 \\ 32 & 35 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- حالة $\lambda_1 = 79.178$

$$\begin{bmatrix} -23.175 & 32 \\ 32 & -44.178 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -23.178x + 32y = 0 \dots\dots\dots (1) \\ 32x - 44.178y = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلة (1) و (2) نجد :

$$8.822x - 12.178y = 0$$

$$8.822x = 12.178y \rightarrow x = \frac{12.178}{8.822}y \rightarrow x = 1.38y$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.38y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} 1.38 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- حالة $\lambda_2 = 11.821$

$$\begin{bmatrix} 44.179 & 32 \\ 32 & 23.179 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 44.179x + 32y = 0 \dots\dots\dots (1) \\ 32x + 23.179y = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلة (1) و (2) نجد :

$$76.179x + 55.179y = 0$$

$$76.179x = -55.179y \rightarrow x = \frac{-55.179}{76.179}y \rightarrow x = -0.724y$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.724y \\ y \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} -0.724 \\ 1 \end{bmatrix}$$

تمرين 02:

1- الجدول المزدوج النسبي: حسب المهنة والجنس:.....(2 نقطة)

	المهنة 01	المهنة 02	المجموع
ذكر	$\frac{20}{90} = 0.22$	$\frac{15}{90} = 0.17$	0.39
أنثى	$\frac{30}{90} = 0.33$	$\frac{25}{90} = 0.28$	0.61
المجموع	0.55	0.45	1

وعليه يمكن كتابة مصفوفة الاحتمالات

$$F = \begin{bmatrix} 0.22 & 0.17 \\ 0.33 & 0.28 \end{bmatrix}$$

2- مصفوفة القيم الفعلية: تحدد انطلاقاً من التوزيع الهامشي للصفوف والاعمدة كما يلي :.....(2 نقطة)

$$E_{(ij)} = R_i E_j$$

$$i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m \quad \text{حيث}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0.39 \cdot 0.55 & 0.39 \cdot 0.45 \\ 0.61 \cdot 0.55 & 0.61 \cdot 0.45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.18 \\ 0.34 & 0.27 \end{bmatrix}$$

- مصفوفة التباعد: تمثل الفرق بين القيم الفعلية والقيم المتوقعة

$$D_{ij} = F_{ij} - E_{ij}$$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0.22 & 0.17 \\ 0.33 & 0.28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.21 & 0.18 \\ 0.34 & 0.27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$$

3- إنشاء مصفوفة التباينات والتباينات المشتركة:.....(4 نقطة)

$$\varepsilon = D' \cdot D$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0002 & -0.0002 \\ -0.0002 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

من أجل تحديد العلاقة بين المتغيرين نلجأ إلى اختبار كاي تربيع الذي يقوم على الفرضيات التالية:

H_0 = المتغيرين مستقلين

H_1 = المتغيرين غير مستقلين

حيث نرفض الفرضية الصفرية إذا كانت: $x_{\text{المحسوبة}}^2 > x_{\text{الجدولية}}^2$

حيث تحسب إحصائية الاختبار كاي تربيع بالعلاقة التالية:

$$x_{ij}^2 = \sum_{ij} \frac{(F_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$x = \begin{bmatrix} \frac{(0.22 - 0.21)^2}{0.21} & \frac{(0.17 - 0.18)^2}{0.18} \\ \frac{(0.33 - 0.34)^2}{0.34} & \frac{(0.28 - 0.27)^2}{0.27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.0006 \\ 0.0003 & 0.0002 \end{bmatrix}$$

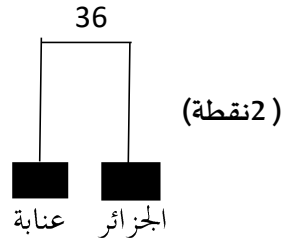
$x_{\text{المحسوبة}}^2 = 0.0005 + 0.0006 + 0.0003 + 0.0002 = 0.0016$ إحصائية كاي تربيع المحسوبة

$x_{((2-1).(2-1), 0.05)}^2 = x_{(1,0.05)}^2 = 3.841$ إحصائية كاي تربيع الجدولية

بما أن إحصائية الاختبار كاي تربيع المحسوبة 0.0016 أقل من إحصائية الاختبار كاي تربيع الجدولية 3.841 فإننا نقبل الفرضية

الصفرية أي المتغيرين مستقلين أي لا توجد علاقة بين المهنة والجنس

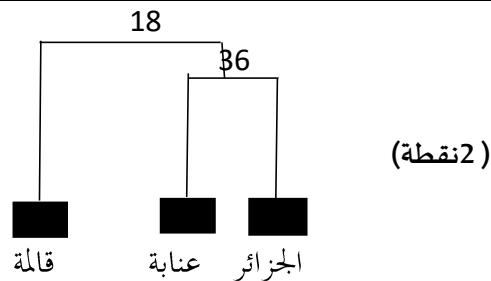
الطارف	عنابة	قالة	الجزائر
الجزائر	36	18	0
قالة	196	0	
عنابة	0		
الطارف			0



$$d(\text{قالة}, \text{عنابة}, \text{الجزائر}) = \min(d(\text{قالة}, \text{الجزائر}), d(\text{قالة}, \text{عنابة})) = \min(18, 196) = 18$$

$$d(\text{الطارف}, \text{عنابة}, \text{الجزائر}) = \min(d(\text{الطارف}, \text{الجزائر}), d(\text{الطارف}, \text{عنابة})) = \min(148, 260) = 148$$

الطارف	قالة	(عنابة، الجزائر)
(عنابة، الجزائر)	18	0
قالة	0	
الطارف		0



$$d(\text{الطارف}, \text{قالة}, \text{عنابة}, \text{الجزائر}) = \min(d(\text{الطارف}, \text{قالة}), d(\text{الطارف}, \text{عنابة}, \text{الجزائر})) = \min(148, 220) = 148$$

الطارف	قالة (عنابة، الجزائر)
قالة (عنابة، الجزائر)	0
الطارف	0

