

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

UNIVERSITE 8MAI 1945
GUELMA

جامعة 8 ماي 1945 قالمة



كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير
قسم : العلوم الاقتصادية

مطبوعة دروس في مادة

الرياضيات المالية

من إعداد:

الدكتورة بن يوب فاطمة

السنة الجامعية : 2018/2017

المحتويات

المحور الأول: الفائدة البسيطة

- 1- مفاهيم أولية
- 2- حساب الفائدة البسيطة
- 3- القيمة المكتسبة
- 4- الدفعات و الفوائد الدورية
- 5- الخصم و القيمة الحالية
- 6- التكافؤ للعمليات المالية قصيرة الأجل

المحور الثاني: الفائدة المركبة

- 1- مفاهيم أولية
- 2- القانون العام للفائدة المركبة
- 3- الخصم و القيمة الحالية
- 4- الجملة في الفائدة المركبة
- 5- الدفعات
- 6- تكافؤ (تسوية) الديون للعمليات المالية طويلة الأجل

المحور الثالث: معايير اختيار الاستثمارات

- 1- قرار اختيار الاستثمارات
- 2- الطرق المالية لاختيار الاستثمارات

المحور الرابع: القروض و اهتلاكها

- 1- مفاهيم أساسية
- 2- استهلاك القروض قصيرة الأجل
- 3- استهلاك القروض طويلة الأجل

المحور الخامس: التقنيات البورصية

- 1- تقييم السندات والعوامل التي تؤثر على قيمة السند.
- 2- استهلاك القروض السندية.

مقدمة

تعتبر الرياضيات المالية من أهم الأدوات الرياضية التي تساعد الأفراد و المؤسسات في اتخاذ قرارات الاستثمار بصورة سليمة وذلك لتحقيق أفضل نتائج مالية ممكنة. و تعتمد معظم المعاملات المالية و التجارية على عنصر الفائدة من العملية الاستثمارية أي العائد من استثمار رأس المال.

حيث تحتوي هذه المطبوعة على مجمل المحاور المتعلقة ببرنامج مقياس الرياضيات المالية لتعريف الطالب بالرياضيات الاستثمارية والية احتساب الفائدة من خلال الوصف النظري المفصل ومن خلال التمارين الرياضية المتنوعة بهدف:

- تزويد الطالب بالأسس العلمية والعملية لرياضيات المال والتجارة لخلق النواة الرياضية التي سيبني عليها الطالب المزيد من أدوات التحليل خلال دراسته.

- تدريب الطالب على مهارات يحتاجها للعمل في المجال المالي. كما جاءت هذه المطبوعة في خمسة محاور متسلسلة و ميسرة، ليتسنى للطالب فهم محتواها، كمايلي:

المحور الأول: الفائدة البسيطة
المحور الثاني: الفائدة المركبة
المحور الثالث: اختيار الاستثمارات
المحور الرابع: اهتلاك القروض
المحور الخامس: التقنيات البورصية

وفي الختام أمل أن تؤدي هذه المطبوعة الغرض المطلوب، و أن نكون قد تناولنا الموضوعات بأسلوب يسهل على الطالب استيعابه، و أرجو أن أكون موفقة و على قصد السبيل.

المحور الأول: الفائدة البسيطة

1- تعريفها

الفائدة البسيطة ترتبط بالعمليات المالية قصيرة الأجل و هي مقدار الزيادة أو مقدار العائد المادي في رأس المال المستثمر أو القرض خلال مدة زمنية معينة، و هناك العديد من التعاريف للفائدة البسيطة نذكر منها:

- يمكن تعريف الفائدة البسيطة بأنها العائد الذي ينتج من استثمار أموال خلال مدة زمنية بمعدل متفق عليه. فإذا اقترض شخص مبلغا من المال لمدة محددة و بمعدل متفق عليه فانه يدفع للمقرض عند تسديد الدين المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض المبلغ⁽¹⁾.
- كذلك إذا وضع احد الأشخاص مبلغ في بنك و تعهد البنك باحتساب فائدة ثابتة لصالحه على أساس أصل المبلغ خلال فترة زمنية محددة، يقال إن الفائدة بسيطة فالفائدة البسيطة يظل مقدارها ثابتا بغض النظر عن كون الفوائد تدفع بصفة دورية أو عند نهاية الفترة الزمنية المحددة. إذن الفائدة هي الثمن الذي يدفعه المقرض من اجل استعمال رأسمال لمدة معينة أو هي كراء المبلغ المقرض⁽²⁾.

2- أنواع الفائدة

هناك نوعان :

- الفائدة البسيطة هي التي يتقاضى عليها المودع فائدة على المبلغ الموظف أو الأصل خلال مدة التوظيف، و من خصائصها أنها متساوية خلال فترات التوظيف الثابتة طالما أن الأصل لم يتغير و تطبق عادة عندما تكون المدة اقل من سنة .
- الفائدة المركبة لمبلغ ما هي الفائدة التي يحققها المبلغ الموظف في نهاية أي مدة تضاف إلى الأصل، و يصبح الأصل في السنة اللاحقة هو الأصل مضافا إليه الفائدة المحققة خلال الفترة السابقة.

3- العناصر المحددة للفائدة البسيطة

مبلغ الفائدة يتحدد باشتراك ثلاث عناصر :معدل الفائدة، مدة المعاملة و المبلغ المالي موضوع المعاملة.

4- الفائدة القبلية و الفائدة البعدية و المعدل الفعلي (3) :

الفائدة القبلية و الفائدة البعدية: توجد صيغتين لتحصيل الفائدة:

-الفائدة البعدية في هذه الحالة الفائدة تحسب آخر المدة (أو المتأخرة)، إذ يتم حسابها وتحصيلها مع القيمة المكتسبة.

-الفائدة القبلية هي الفائدة المدفوعة مسبقا كما في حالة الأجيرو و عمولات الخصم، إذ يتم حسابها و تحصيلها عند تسليم الأصل.

-معدل الفائدة الفعلي هنا يتم دفع الفائدة البسيطة مقدما أو في تاريخ استحقاق رأس المال. هاتين الصيغتين متعادلتين من الناحية المالية. المتفق عليه يسمى معدل الفائدة الفعلي، معدل الفائدة البسيطة مع دفع الفائدة عند تسديد القرض.

معدل الفائدة الفعلي (ينظر إليه كعملية بفائدة بعدية) لعملية فائدة قبلية أعلى من معدل الفائدة المعلن.

-المعدلات النسبية: يعتبر معدلين أنهما متناسبين إذا أنتجا نفس القيمة المكتسبة من نفس رأس المال الأولي في نهاية فترة الاستثمار بفائدة بسيطة.

5- حساب الفائدة البسيطة:

تتوقف الفائدة البسيطة على العناصر الثلاثة الآتية:

المبلغ المستثمر أو رأس المال أو الأصل و يرمز له بـ A و هو مقدار المبلغ الذي يقوم المودع بإيداعه بالبنك أو مقدار المبلغ الذي يقوم البنك بإقرضه للعمل أو هو مقدار المال المستثمر. سعر الفائدة أو معدل الفائدة و يرمز له بـ T و هو الثمن الذي يدفع لصاحب المال، نسبة مئوية لوحة النقد مقرونة بوحدة الزمن.

مدة الحيابة أو الاستعمال أو الاستثمار و يرمز له بـ N و هي طول الفترة الزمنية التي استثمر المال خلالها، أو طول الفترة الزمنية التي تعطى للمقترض حتى يقوم بإعادة الأموال المقترضة بالبنك، فكلما طالت الفترة الزمنية للإيداع كلما زادت قيمة ما يحصل عليه العميل من فوائد.

- علاقات الفائدة البسيطة:

أ- قيمة الفائدة: باعتبار رأس مال A مستعمل لمدة N بمعدل فائدة T فهنا القانون الأساسي للفائدة البسيطة هو:

$$I = ATN$$

لما الفترة تكون بالسنوات تكون الفائدة كمايلي:

$$I = ATN$$

لما الفترة تكون بالأشهر تكون الفائدة كمايلي:

$$I = ATN/12$$

لما الفترة تكون بالأيام تكون الفائدة كمايلي:

$$I = ATN/360$$

وهنا I هي الفائدة التجارية عدد أيام السنة هنا هي 360 يوم

$$I = ATN/360$$

و لما الفائدة تساوي:

$$I = ATN/366 \text{ أو } I = ATN/365$$

و هنا I هي الفائدة الصحيحة عدد أيام السنة هنا هي إما 365 يوم أو 366 يوم وفي هذه الأخيرة تعتبر السنة كبيسة أي السنة تقبل القسمة على 4 و فيفري مكون من 29 يوم.

$$I = ATN/366$$

مثال:

مبلغ مالي يقدر ب 15000 دج يودع في بنك لمدة سنة و 5 شهور كاملة و 20 يوما بمعدل فائدة بسيطة 14 % سنويا، و المطلوب حساب الفائدة البسيطة المحققة في كل من السنة و الخمسة شهور و 20 يوم كلا على حدى، ثم ما يحققه هذا المبلغ بعد الفترة كلها.

الحل:

الفائدة المحصلة خلال السنة:

$$I = ATN = 15000 \times 0.14 \times 1 = 2100$$

الفائدة المحصلة في 5 شهور:

$$I = ATN/12 = 15000 \times 0.14 \times 5/12 = 875$$

الفائدة المحصلة في 20 يوم:

$$I = ATN/360 = 15000 \times 0.14 \times 20/360 = 116.7$$

مجموع ما يحققه المبلغ كفائدة بسيطة خلال هذه الفترات مجملة هو:

$$I = 2100 + 875 + 116.7 = 3091.7 \text{ DA}$$

العلاقة بين الفائدة التجارية و الصحيحة البسيطة (السنة مكونة من 365 يوم) :

من علاقتي حساب الفائدة الحقيقية و الفائدة التجارية نجد:

$$I = ATN/360$$

$$I_1 = ATN/365$$

بقسمة I على I₁ نجد:

$$I / I_1 = 73/72$$

$$I - I_1 = (1/72)I_1$$

ملاحظة: عند حساب الفائدة لفترة محددة بين تاريخين فنحسب الأيام الحقيقية بين التاريخين بإضافة أو حساب تاريخ أو يوم السحب، أو اليوم الأخير، وطرح اليوم الأول للإيداع. مع ملاحظة انه من المعترف به عند عدم ذكر نوع الفائدة المستعمل تطبق الفائدة التجارية، و هي الشائعة في المعاملات التجارية لدى البنوك(4).

6- الجملة (القيمة المكتسبة):

إذا كانت قيمة رأس المال هي A مستثمر لفترة زمنية معينة N فان جملة هذا المبلغ C هي:

$$C = A + I = A(1 + TN)$$

مثال:

أودع شخص مبلغ 40000 دج في احد البنوك لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة % 10 سنويا و المطلوب: ما هو المبلغ المتجمع لهذا الشخص في نهاية هذه الفترة؟

- المبلغ المتجمع هو الجملة:

$$C = A + I = A(1 + TN) = 40000(1 + 0.1 \times 6) = 64000$$

- طريقة النمر و القاسم لحساب مقدار الفائدة البسيطة(5):

تستخدم هذه الطريقة عندما يكون لدينا أكثر من مبلغ تم توظيفهم لأكثر من مدة زمنية و لكن بنفس معدل الفائدة، فبافتراض أن شخصا قد أودع مجموعة من المبالغ و لتكن (A₁, A₂, A₃, A_N) و لمدة مختلفة و لتكن (n₁, n₂, n₃, n_n) و بفائدة معدلها السنوي (t) فان الفوائد التي سيحصل عليها ستكون كمايلي:

$$I_1 = A_1 t n_1, I_2 = A_2 t n_2, I_3 = A_3 t n_3, \dots, I_n = A_n t n_n$$

وبالتالي فان الفائدة الكلية ستساوي مجموع الفوائد أي:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = A_1 t n_1 + A_2 t n_2 + A_3 t n_3 + \dots + A_n t n_n$$
$$I = t(A_1 n_1 + A_2 n_2 + A_3 n_3 + \dots + A_n n_n)$$

و هذا هو القانون المسمى بقانون النمر و القاسم حيث:

$$I = \sum A_n / D, \quad \sum A_n = \text{النمر}$$

$$D = 360 \text{ ou } 12 / t = \text{القاسم}$$

7- الدفعات و الفوائد الدورية

- مفهوم الدفعات:

هي عبارة عن مبالغ مالية مستمرة و متساوية على فترات منتظمة ومنتابعة يمكن أن تكون في بداية الفترة أو نهايتها و هي نوعان:
 دفعات عادية (دفعات سداد) و دفعات غير عادية (دفعات استثمار)
 مدة الدفعة هي الفترة الواقعة بين لحظة الإيداع أو السداد إلى آخر الوحدة الزمنية الأخيرة.

- جملة الدفعات

جملة الدفعات = مجموع الدفعات + الفوائد المستحقة

حيث أن:

مجموع الدفعات = قيمة الدفعة x عدد الدفعات

مجموع الفوائد = الفائدة الأولى + الثانية + + الفائدة الأخيرة و بما أن الحدود هنا تشكل متتالية حسابية

و فائدة الدفعة الواحدة = مبلغ الدفعة x معدل الفائدة x المدة الزمنية $I =$

فان مجموع الفوائد يساوي:

مجموع الفوائد = مبلغ الدفعة x معدل الفائدة x عدد الدفعات $/ 2$ (مدة الدفعة الأولى + مدة الدفعة الأخيرة)
 الأخيرة / عدد أيام أو أشهر السنة) و منه جملة الدفعات تساوي:

قيمة الدفعة a ، عدد الدفعات n ، مدة الدفعة الأولى M_1 ، مدة الدفعة الأخيرة M_n ، معدل الفائدة t ،
 جملة الدفعات و منه:

$$C = an + I = an + at \ n/2(M_1 + M_n) \div 360 \text{ ou } 12$$

مثال:

اتفق شخص مع احد البنوك على أن يودع لديه أول كل شهر و لمدة سنة كاملة مبلغ 1000 دج على أن يحتسب له البنك فائدة بسيطة بمعدل 4% سنويا و المطلوب إيجاد ما يستحق العميل في نهاية العام.

الحل:

- حساب جملة الدفعات

$$C = an + I = an + a \ t \ n/2(M_1 + M_n) \div 360 \text{ ou } 12$$

$$C = 1000 \times 12 + 1000 \times 0.04 \times 12 / 2 (12 + 1) \div 12 = 12260$$

- الفوائد الدورية:

الفوائد الدورية هي الفوائد التي تدفع على دفعات حسب كل وحدة زمنية و الوحدة الزمنية يمكن أن تكون سنة، أو نصف سنة، أو ربع سنة، أو شهريا أي أن الفوائد تدفع كل فترة زمنية و تحسب كمايلي:

الفائدة الدورية الواحدة = فائدة القرض كله خلال مدته المحددة / عدد الدفعات الدورية (6).

أي هي فوائد تدفع بصفة منتظمة خلال مدة القرض و دورية في نهاية كل فترة زمنية على أن يدفع الأصل في نهاية الفترة الكلية و لكن في بعض الأحيان قد يطلب المدين تأجيل الفوائد الدورية إلي نهاية الفترة ليدفعها مع الأصل فيتحمل بذلك فوائد تأخير.

مثال:

اقترض شخص مبلغ 10000 دج على أن يتم تسديده بعد 3 سنوات مع تحمله دفع فوائد دورية في نهاية كل 3 أشهر طول مدة القرض و بمعدل فائدة بسيط 6% سنويا، احسب مقدار الفائدة الدورية الواحدة.

الفائدة الدورية الواحدة=فائدة القرض كله/عدد الدفعات الدورية=12/0.06 x3x10000=150 دج.

8- الخصم و القيمة الحالية

- تعاريف عامة حول الخصم(7):

هناك بعض المصطلحات لا بد من ذكرها:

***القيمة الاسمية:** هو المبلغ المذكور على متن الورقة.

***مصاريف الخصم:** هو مجموع ما يتقاضاه المصرف لقاء قطع الورقة التجارية.

***العمولة:** و تحسب بنسبة معينة على القيمة الاسمية.

***مصاريف التحصيل:** و هو مبلغا مقطوعا يتقاضاه المصرف بغض النظر عن القيمة الاسمية.

***صافي قيمة الورقة:** و هو المبلغ الناتج بعد طرح مجموع مصاريف الخصم من القيمة الاسمية للورقة التجارية.

***معدل الخصم:** و هو النسبة المئوية التي يحسب بموجبها الخصم.

***مدة الخصم:** و هي المدة المحصورة بين تاريخ الخصم للورقة التجارية و تاريخ استحقاقها مضافا إليه المهلة القانونية.

ويمكن حساب الخصم البسيط على الدين حسب المعادلة التالية(8):

$$E=Atn$$

و يمكن حساب القيمة الحالية للدين كما في المعادلة الآتية:

$$a =A-E$$

حيث:

القيمة الحالية للدين a ، n مدة الدين، t مقدار الخصم معدل الخصم، E ، A أصل الدين.

- **عناصر الخصم و مفهومه:**

لو تصورنا أن شخصا ما أراد التخلص من دينه قبل فترة الاستحقاق في هذه الحالة هو يدفع القيمة الحالية للدين أي القيمة الحالية للقيمة الاسمية، أي يسدد مبلغا اقل مما هو مستحق عليه، و الفرق بين القيمة الاسمية للدين و قيمته الحالية تدعي بالخصم، و هو نوعان، خصم حقيقي و تجاري.

و تتمثل عناصر الخصم و القيمة الحالية للورقة التجارية في مايلي:

الخصم يرمز له بالرمز E

معدل الخصم الذي يطبقه البنك و يرمز لها بالرمز t

القيمة الاسمية للورقة موضوع الخصم و يرمز لها بالرمز A

القيمة الحالية يرمز لها بالرمز a

عدد الأيام المرتبطة بالخصم و هي المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق و يوم الخصم و يرمز لها بالرمز n وتعطى علاقة الخصم كمايلي:

$$A=a+E$$

فان القيمة الاسمية حسب المعادلة (2) تصبح تعادل:

$$A= a(1+tn)$$

إذا كان مبلغ الخصم حسب المعادلة (1) فهو خصم تجاري و إذا كان حسب المعادلة (2) فهو خصم صحيح.

$$E=Atn.....(1)$$

$$E'=atn.....(2)$$

و بطرح (2) من (1) نجد:

$$E-E'=E'tn$$

و منه:

$$E/E'=1+tn$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 15000 دج، تاريخ استحقاقها 20 جوان 2012 وقدمت للخصم بتاريخ 5 جوان من نفس السنة، و بمعدل خصم 8% .
المطلوب:

- احسب عدد أيام الخصم.

- احسب مبلغ الخصم.

الحل:

عدد أيام الخصم هو:

$$n=20-5=15$$

مبلغ الخصم هو:

$$E=Atn/360$$

$$E=15000 \times 0.08 \times 15/360=50$$

-علاقات مشتقة من الثلاث قوانين الرئيسية:

$$\begin{array}{l} a = A / (1+tn) \\ \left\{ \begin{array}{l} E = A - a \\ E' = atn \\ E = Atn \end{array} \right. \end{array} \begin{array}{l} \nearrow A = a (1+tn) \\ \rightarrow A = a + E \\ \rightarrow E = A - A/1+tn \\ \rightarrow a = A (1-tn) \\ \rightarrow A = a/1-tn \\ \searrow E - E' = E'tn \end{array}$$

9- القيمة الحالية:

و هي المبلغ النقدي الذي لو استثمر بمعدل فائدة بسيطة و لمدة زمنية معينة لأعطي لنا جملة هذا المبلغ
- القيمة الحالية لعدة مبالغ مختلفة و على فترات مختلفة = مجموع القيم الاسمية-مجموع الخصم التجاري المستحق.

- القيمة الحالية للدفعات: هي عبارة عن مجموع القيمة الحالية للدفعة الأولى حتى الأخيرة ومنه:

القيمة الحالية للدفعات = عدد الدفعات x مبلغ الدفعة - مجموع الخصم التجاري
مجموع الخصم التجاري = مبلغ الدفعة x معدل الخصم x عدد الدفعات/2(مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة/عدد أيام أو أشهر السنة)

10- حافظة خصم الأوراق التجارية:

في الحياة العملية كثيرا ما تقدم المؤسسات و الأفراد العديد من الأوراق التجارية بغرض الخصم، لهذا البنك يرسل كشف يبين عمليات الخصم و العملاء الذين تم عليهم سحب الأوراق التجارية و المصاريف التي خصمت من هذه الأوراق، و هنا يتم حساب الخصم بطريقة النمر و القاسم، العمولة و مصاريف التحصيل تحسب على أساس نسبة من القيمة الاسمية، و تكون نفقات التحصيل إذا كان مقر بنك المسحوب عليه يختلف عن مقر الساحب، و مجموع مصاريف الخصم تسمى الاجيو.
و تكون شكل حافظة خصم الأوراق التجارية كمايلي:

حافضة خصم الأوراق التجارية

اسم الطرف

اسم الطرف الدائن

المدين

(الشخص أو المؤسسة التي قدمت

(المؤسسة التي تقوم بخصم الأوراق التجارية)

الأوراق للخصم)

تاريخ الخصم

رقم الورقة	المبلغ	البيان	تاريخ الاستحقاق	الأيام (فترة الخصم)	النمر AN	مصاريف التحصيل
1	القيمة الاسمية	اسم المستحق عليه				المعدل
2						القيمة
	$\sum A$	E مبلغ الخصم العمولة مصاريف التحصيل = الاجبو القيمة الحالية			$\sum AN$	\sum
	يطرح منه الاجبو لنحصل على القيمة الحالية					

11- تكافؤ الأوراق التجارية:

غالبا ما يتم في المعاملات التجارية الاتفاق بين المدين و الدائن على استبدال ورقة تجارية أو عدة أوراق تستحق في تاريخ معين أو تواريخ مختلفة بورقة أو أوراق تختلف في قيمتها الاسمية و تواريخ استحقاقها كأن يطلب المدين تأخير تسديد دينه أو تسديده على عدة مبالغ بدل مبلغ واحد أو العكس، على أن يتم ذلك بالاتفاق بين المدين و الدائن و على أساس التكافؤ في القيم (الديون) في تاريخ التكافؤ.

- تكافؤ ورقتين تجاريتين:

تكافؤ ورقتين تجاريتين أو رأسمالين، يعني تساوي قيمتهما الحالية عندما يتم خصمهما بنفس معدل الخصم. فإذا كانت القيمة الاسمية لورقتين A_1, A_2 وتاريخ استحقاقهما في تاريخ معين n_1, n_2 ، و القاسم الثابت والذي يساوي $D = 36000/t$ ، فنقول عن الورقتين أنهما متكافئتين إذا تساوت قيمتهما الحالية، ومنه نحصل على العلاقة التالية:

$$A - An_1/D = B - Bn_2/D$$

- تكافؤ ورقة مع عدة أوراق تجارية:

في هذه العملية يستعمل نفس المبدأ في حالة تكافؤ ورقتين مع تغيير في عدد الأوراق بحيث القيمة الحالية للورقة المكافئة تساوي مجموع القيم الحالية للأوراق الأخرى، و منه يمكن تحديد القيمة للورقة المكافئة A.

المحور الثاني: الفائدة المركبة

1- مبدأ و نطاق تطبيق الفائدة المركبة

نقول عن رأسمال أنه وظف بفائدة مركبة إذا أضيفت الفائدة البسيطة الناتجة في نهاية وحدة الزمن إلى رأس المال الموظف ليشكلا معا رأسمال جديد للوحدة الزمنية الموالية. هذا هو المعروف باسم رسمة الفوائد. يتم تطبيق هذه العملية عادة عندما فترة الاستثمار تتجاوز سنة واحدة.

- القانون الأساسي للفائدة المركبة

يمكن استخدام المثال التالي لتوضيح القانون الأساسي للفائدة المركبة كمايلي:
استثمر شخص مبلغ 15000 دج لمدة ثلاث سنوات بمعدل فائدة قدره 11% و المطلوب حساب جملة المبلغ في نهاية فترة الاستثمار.

الحل:

تبين الخطوات التالية كيفية حساب جملة المبلغ باستخدام الفائدة البسيطة، لكن سيتم إضافة الفائدة المتحققة في كل فترة زمنية على الأصل، وهذا لحساب الفائدة للفترة الزمنية اللاحقة.
جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى:

$$C=A+ I =A(1+TN)=15000x(1+0.11x1)=16650$$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثانية:

$$C=A+ I =A(1+TN)=16650x(1+0.11x1)=18481.5$$

جملة المبلغ في نهاية السنة الثالثة:

$$C=A+ I =A(1+TN)=18481.5x(1+0.11x1)=20514.465$$

أي أن الجملة في نهاية الثلاث سنوات هي 20514.465 دج .
إن الطريقة السابقة لحساب الجملة توضح الفكرة الأساسية لحساب الجملة في الفائدة المركبة و التي منها يمكن استنتاج القانون العام (الحد العام) للفائدة المركبة كمايلي:

$$A=a(1+i)^n$$

حيث:

الجملة المكتسبة A

أصل المبلغ a

معدل الفائدة المركبة i

المدة الزمنية n

مثال:

ماهي الجملة المكتسبة لرأس مال مقداره 100000 دج استثمر لمدة 10 سنوات بفائدة مركبة 6% سنويا.
- الجملة هي:

$$A=a(1+i)^n$$

$$A=100000(1+0.06)^{10}$$

$$A=179085$$

- جملة عدة مبالغ مختلفة القيمة و الفترة الزمنية هي عبارة عن حاصل جمع جملة المبلغ الأول و الثاني حتى الأخير كمايلي:

$$A_1+A_2+\dots+A_n =A$$

المعدل الاسمي و المعدل الحقيقي للفائدة المركبة(9):

✓ المعدل الاسمي السنوي: إذا كانت الفائدة تضاف في نهاية فترات زمنية تقل عن السنة، و تم تحديد معدل الفائدة عن نفس فترة إضافة الفائدة، فالمعدل الاسمي السنوي في هذه الحالة عبارة عن حاصل ضرب المعدل عن الفترة الزمنية في عدد الفترات الزمنية الموجودة في سنة كاملة.
✓ المعدل الحقيقي السنوي: يعرف بأنه مقدار الفائدة عن الوحدة النقدية لمدة سنة واحدة، على أساس ان الفائدة التي تستحق في نهاية كل فترة زمنية تضاف إلى رأس المال بمجرد استحقاقها و تستثمر بنفس شروط استثمار رأس المال الأصلي.

2- جملة الدفعات:

تسمى الدفعات سلسلة من المبالغ المستلمة أو المدفوعة في فترات منتظمة على فترات متساوية أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ و المبلغ الذي يليه ثابت، و يمكن تصنيف الدفعات حسب الأساس المستخدم في التصنيف إلى العديد من الأنواع.

يمكن أن تصب الدفعات في بداية الفترة أو نهايتها، فالدفعات مؤخرة السداد هي التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة آخر كل فترة زمنية من فترات دفع الدفعات و الدفعات مقدمة السداد هي التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة أو لكل فترة زمنية من فترات دفع الدفعات.

الغرض من هذه الدفعات هو: تكوين مبلغ، فهي دفعات إيداع، دراسة الدفعات يقتضي تحديد القيمة الحالية أو القيمة المكتسبة في تاريخ معين لسلسلة من التدفقات. و تأخذ في الاعتبار تاريخ التدفق الأول، و تيرة التدفق، و عدد التدفقات و قيمة كل تدفق.

الدفعات الثابتة التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت و الدفعات المتغيرة التي تتسم بعدم ثبات مبلغ الدفعة و تختلف مبالغ الدفعات بعضها البعض.

الدفعات الدائمة هي الدفعات التي تدفع بانتظام و دون توقف ويستمر دفعها إلى ما لا نهاية وهي ليس لها مدة. أما الدفعات المؤقتة فهي الدفعات التي يتم دفعها لفترة محدودة.

- الدفعات الثابتة

هي الدفعات التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت في جميع الدفعات حيث يكون مبلغ الدفعة الأولى مساويا لمبلغ الدفعة الثانية مساويا لمبلغ الدفعة الثالثة و هكذا.

يمكن أن تصب الدفعات في بداية الفترة (مقدمة السداد) أو نهايتها (مؤخرة السداد).

- القيمة المكتسبة لسلسلة من الدفعات الثابتة (مؤخرة السداد)

القيمة المكتسبة لسلسلة من الدفعات السنوية متساوية فترة المنتهية هي مجموع القيم المكتسبة التي يتحصل عليها كل من هذه الدفعات، تحسب فوراً بعد دفع الدفعة الأخيرة.

نرمز بـ:

A قيمة الدفعة الثابتة

n عدد السنوات (فترات)

i معدل الفائدة

Vn القيمة المكتسبة لسلسلة الدفعات

$$Vn = a [(1+i)^n - 1/i]$$

الحد $[(1+i)^n - 1/i]$ يعطى في الجدول المالي رقم 3

مثال:

يودع شخص 5000 دج كل سنة لمدة 8 سنوات. يتم رسلة هذه الدفعات بنسبة 7%. المطلوب تحديد القيمة المكتسبة بعد الدفعة الأخيرة.

$$V8 = 5000[(1,07)^8 - 1/0,07] = 51299,01D.$$

- القيمة المكتسبة لسلسلة من الدفعات الثابتة (مقدمة السداد)

القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات الثابتة السنوية مقدمة السداد هي مجموع القيم المكتسبة المعبر عنها. نرمل بـ:

Vn القيمة المكتسبة للدفعات

a قيمة الدفعة الثابتة.

n عدد السنوات (فترات)؛

i معدل الفائدة

$$Vn = a(1+i)[(1+i)^n - 1 /i]$$

3- القيمة الحالية والخصم بفائدة مركبة:

يطبق هذا الخصم إلا على الأصول ذات آجال استحقاق تزيد عن سنة واحدة. في حالة الفائدة البسيطة، يتم الحصول على خصم بمقدار الفارق بين القيمة الاسمية و الحالية. لا يزال هذا المبدأ ساري المفعول في حالة الفائدة المركبة، يتغير فقط طريقة حساب القيمة الحالية. الخصم هو الفرق بين القيمة الاسمية للأصل و القيمة الحالية بفائدة مركبة. الفرق بين الخصومات التجارية و الصحيحة يكون منخفضاً في حالة الفائدة البسيطة. لكن الأمر غير ذلك في الفائدة المركبة إذ يكون هذا الفرق كبير بالنظر المدد الكبيرة. في هذه الحالة، فإن مبدأ الخصم التجاري يعاقب بشكل مفرط بائع الأصل، لهذا يفضل أن يكون بديلاً هو الخصم الصحيح (العقلاني).

ليكن:

V القيمة الاسمية للأصل،

E قيمة الخصم بفائدة مركبة

A القيمة الحالية للأصل

i معدل الخصم،

N مدة الخصم بالسنوات.

بحكم التعريف خصم الديون طويلة الأجل يتم على أساس الخصم الصحيح و هو يساوي:

$$E=A[(1+i)^n-1]$$

أي يصبح:

$$E= V - a$$

$$a = V/(1+i)^n = V(1+i)^{-n} \rightarrow E= V[1 - (1+i)^{-n}]$$

مثال:

حدد، بمعدل 6 ٪، الخصم و القيمة الحالية لأصل يدفع في 4 سنوات، قيمته الاسمية تساوي 500000 دج القيمة الحالية

$$a = V (1+i)^{-n} = 500000(1+0,06)^{-4} \\ = 396046,83$$

$$E= V - a = 500 000 - 396046,83 = 103 953,17$$

4- القيمة الحالية لرأسمال:

الحالية هي العملية العكسية للرسملة، فرسملة مبلغ ما تعني تحديد و بمعدل معين القيمة المستقبلية لجملة ذلك المبلغ، أي يتم إضافة الفوائد المركبة إلى المبلغ الأصلي أما الحالية فهي تحديد القيمة الحالية، بمعدل معين لمبلغ يستحق في المستقبل بحيث أن الفوائد المركبة تطرح من ذلك المبلغ. و تعطى القيمة الحالية بالقانون التالي:

$$a=A(1+i)^{-n}$$

مثال :

أودع احد الأشخاص مبلغ a في بنك بمعدل فائدة % 10 و بعد 4 سنوات وجد أن الرصيد في البنك قد وصل إلى 48000 دج. احسب المبلغ الذي أودعه هذا الشخص؟
الحل:

$$a=A(1+i)^{-n}$$

$$a= 48000(1+0.1)^{-4}$$

$$a=48000 \times 0.683013$$

$$a=32784.64$$

5- تكافؤورتين:

- تسوية الديون طويلة الأجل بفائدة مركبة(10):

المقصود في تسوية الديون هو سداد الديون في غير موعد استحقاقها، أو استبدال الديون بديون أخرى تستحق هذه الديون قبل موعد الاستحقاق الأصلية أو أن يكون بعد استحقاق الديون الأصلية.

فقد يكون للمدين عدة ديون لها قيم مختلفة و تواريخ مختلفة و يرغب في استبدال هذه الديون بدین آخر أو عدة ديون أخرى لها تواريخ مختلفة و قيم مختلفة أخرى، فحتى تكون القيمة الجديدة عادلة بالنسبة للمدين و الدائن، يجب أن تتساوى هذه القيم إذا أوجدنا القيمة الحالية للديون الأصلية و القيمة الحالية للديون الجديدة كمايلي:

$$a_1 = A_1 (1+i)^{-n_1} , a_2 = A_2 (1+i)^{-n_2}$$

$$a_1 = a_2 \iff A_1 (1+i)^{-n_1} = A_2 (1+i)^{-n_2}$$

وهذه المعادلة الأخيرة هي معادلة تكافؤ ورقتين ماليين في الأجل الطويل.

ملاحظة: بنفس الطريقة يمكن إيجاد علاقة تكافؤ بين عدد من الرساميل مقابل عدد آخر.

المحور الثالث: المرودية و اختيار الاستثمارات

أولاً: اختيار (قرار) الاستثمارات

1- مفهوم الاستثمار

هناك العديد من التعاريف للاستثمار نذكر منها:

الاستثمار هو التزام بإنفاق مالي طويل المدى غير قابل للتراجع، فهو استخدام طويل المدى معبر عنه بتسديد آني للأموال بهدف الحصول على إيرادات مستقبلية تفوق قيمة الإنفاق الأولي. و هو يقترن بـ: المدة، المرودية، الخطر(11).

وحسب المنظور المحاسبي تشمل الاستثمارات الممتلكات المادية بصفة عامة، التي تحصلت عليها المؤسسة أو أنتجتها و الموجهة لاستخدام طويل الأجل نسبياً من قبل المؤسسة. و يعرف من منظور اقتصادي على أساس التضحية بالموارد الحالية مع أمل الحصول على نواتج أو إيرادات مستقبلية أكبر من النفقات المبدئية(12).

1-1- المفهوم المحاسبي للاستثمارات

المخطط المحاسبي الوطني يعرف الاستثمارات أنها: مجموع السلع و القيم الثابتة المملوكة أو المنشأة من طرف المؤسسة(13). و حسب هذا البعد يختصر الاستثمار في الأصول الثابتة بالمدلول المحاسبي للعبارة، فهو كل أصل منقول أو غير منقول، مادي أو غير مادي، تحصلت عليه المؤسسة حيازة أو بإنتاجه لنفسها، و يكون موجهاً للبقاء في المؤسسة لمدة طويلة و في نفس الحالة. هذا التعريف يركز على عامل مدة حياة الاستثمار التي تتجاوز السنة(14).

2-1- المفهوم الاقتصادي للاستثمارات

هنا المفهوم أوسع من السابق و في هذا المفهوم الاستثمار يمثل: الموارد المالية لليوم يؤمل أن يخلق منها في المستقبل مبلغ إضافي و هي في العموم لا تخص مشتريات السلع و الخدمات و لكن تضم عدة نفقات أخرى مثل تكوين الأشخاص، برامج البحوث و التطوير، بناء النماذج... الخ(15).

زيادة على ذلك يعتبر استثمارا كل تضحية بموارد حالية أي (خاصية الخطر المرتبطة بالمستقبل) ، بأمل الحصول مستقبلا على إيرادات ممتدة في الزمن، و بقيمة أكبر من النفقة الأولية، و نجد في هذا التعريف كذلك عامل المدة بالإضافة إلى الطابع الإنتاجي للاستثمار و الذي يعبر عنه بمرودية و فعالية العملية(16).

3-1- المفهوم المالي للاستثمار :

هنا يعتمد على تحقيق التعادل بين الموارد و الاستعمالات في نفس الوقت (17).

هذا البعد أكثر سعة، و بموجبه يعتبر استثمارا: كل نفقة تدر مداخيل أو توفر تكاليف، و هذا في مدة تتجاوز دورة محاسبية واحدة(18).

2- العناصر المميزة للاستثمار(19):

الاستثمارات المنقولة غالبا ما تحتاج لوسائل مالية ضخمة مما يستلزم دراسة نظرية بدقة لاختيار هذه الاستثمارات، وفي اقتصاد المؤسسة القرارات المتعلقة بالاستثمارات هي الأكثر مخاطرة.

بعد الفصل في درجة الحاجة إلى الاستثمار تأتي مرحلة الاختيار التي غالبا ما تنصب على دراسة مؤشر المردودية رغم وجود عدة طرق مستعملة. حيث تأخذ في الحسبان العناصر المميزة للاستثمار و المتمثلة في:

تكلفة اقتناء الاستثمار: و تعبر عن التكلفة الكلية للاستثمار غير متضمنة الرسم على القيمة المضافة.

العمر الإنتاجي: في أغلب الأحيان يعبر عن مدة الاهتلاك المحاسبي.

القيمة الباقية: و تعبر عن قيمة الاستثمار في نهاية فترة الاستعمال.

قدرة التمويل الذاتي: و تسمى أيضا بالتدفق الصافي للخزينة حيث يعبر عن الموارد الصافية المحققة الناتجة عن الاستثمار.

إن الهدف من الاستثمار هو الأمل أن تكون الإيرادات الصافية المحصلة خلال فترات استعمال الاستثمار أكبر من نفقات الاستثمار. و عليه، فإن تحليل الاستثمار يتطلب إعداد التقديرات السنوية المتعلقة بالإيرادات الصافية الناتجة عن تشغيل الاستثمار أي قدرة التمويل الذاتي أو التدفق النقدي المنتظر لك لسنة.

3- شروط اختيار الاستثمارات(20)

هناك طريقتين: تقدير تكاليف الاستثمار و تقدير استغلال الاستثمار.

الأولى تعمل على تقدير مبلغ الاستثمار الذي لا يمثل التكاليف فحسب و لكن كذلك الاحتياج في رأس المال العامل للاستغلال.

و الثانية تعتمد على تقدير كل ما هو ظاهري من:

*تقدير رقم الأعمال المنتظر

*الأعباء المنتظرة

*الفوائد المنتظرة

*التعويضات المنتظرة

و هنا الاستثمار يعتمد على المقارنة بين التكاليف العامة المحققة و النتائج العامة المنتظرة.

ثانيا- الطرق المالية للاختيار

توجد عدة طرق مالية تسمح للاختيار نذكر منها:

1- طريقة تاريخ الاسترجاع

✓ معيار فترة الاسترداد (DR) :

طبقا لهذه الطريقة يفضل المشروع الاستثماري الذي يمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية في أسرع وقت ممكن، ويقصد بفترة الاسترداد تلك الفترة الزمنية اللازمة لك بيسترد المشروع خلالها التكاليف الاستثمارية التي أنفقت على المشروع (21) .

فترة الاسترداد = الاستثمار المبدئي للمشروع/ صافي التدفقات النقدية

ففي حالة التدفقات الدورية الثابتة، يحسب أجل الاسترجاع DR كما يلي (22):

$$DR = \frac{F_0}{F}$$

F_0 تمثل نفقة الاستثمار المسددة في الزمن 0 ، و F تمثل التدفق النقدي الصافي الدوري الثابت الناجم عن استغلال الاستثمار في كل فترة.

مثال:

نفرض أن هناك مشروعين استثماريين و كانت التكاليف الاستثمارية اللازمة لكل منها 100000 دج، و ان صافي التدفقات النقدية للمشروع الأول 25000 دج و الثاني 20000 دج في هذه الحالة نجد أن فترة استرداد المشروعين تحسب كمايلي:

$$DR_1 = 25000/100000 = 4 \text{ سنوات}$$

$$DR_2 = 20000/100000 = 5 \text{ سنوات}$$

بما أن فترة الاسترداد للمشروع الأول أقل من فترة الاسترداد للمشروع الثاني فإن القرار يكون بقبول المشروع الأول صاحب الأفضلية.

2- طريقة معدل المردودية الداخلي

✓ أسلوب معدل العائد الداخلي (23):

يطلق عليه أحيانا معدل العائد المعدل زمنيا. ويطلق عليه معدل العائد الداخلي لأنه خاص بالمشروع. ويمثل معدل الخصم الذي يتم على أساسه خصم التدفقات النقدية الداخلة مستقبلا بشرط أن تتساوى القيمة الحالية للتدفقات النقدية مع تكلفة الاستثمار الأصلي، لذلك فإنه:

- لا يفترض معدل خصم ثابت بل يتم تحديد معدل الخصم الذي يساوي بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية الداخلة والقيمة الأصلية للاستثمار.

- يجعل صافي القيمة الحالية = صفر.

- إذا زاد معدل العائد الداخلي عن معدل تكلفة رأس المال يتم الموافقة على المشروع، ويرفض المشروع في الحالة العكسية.

3- طريقة المعدل المتوسط للمردودية أو الطريقة المحاسبية (24)

يعرف المعدل المتوسط للمردودية بأنه متوسط المداخل أو التدفقات الصافية للخزينة مقارنة بمتوسط رأس المال الأصلي المستثمر، ومنه معدل المردودية يحسب كمايلي:

$$\text{X100Taux de rentabilité} = \frac{\text{revenus ou flux nets de trésorerie / nombre d'années}}{\text{Capital initialement investi / 2}}$$

و مردودية الاستثمار تحسب وفق العلاقة التالية:
 مردودية الاستثمار = دخل المقارنة * 100 / مبلغ الاستثمار
 ودخل المقارنة = دخل التدفقات السنوية / مدة حياة الاستثمار قبل أن تهلك (25).

$$\text{X100rentabilité de l'invest} = \frac{\text{revenus différentiel}}{\text{Montant de l'invest}}$$

$$\text{revenus différentiel} = \frac{\text{revenus ou flux de trésorerie annuelle}}{n} \times 100$$

مثال عن أسلوب متوسط العائد على الاستثمار:

القيمة الأصلية للاستثمار 6075

الحياة الإنتاجية المقدرة 4 سنوات

التدفق النقدي الداخلي السنوي 2000 دج

المطلوب حساب معدل العائد المحاسبي، ويحسب الإهلاك طبقاً لطريقة القسط الثابت.

الحل

الإهلاك = $6075 / 4 = 1518.75$ دج تقريباً 1519

معدل العائد المحاسبي = التدفق النقدي الداخلي - الإهلاك / قيمة الاستثمار

$$= \frac{2000 - 1519}{6075} = 7.9\%$$

4- طريقة القيمة الحالية الصافية

✓ حساب معدل مردودية الاستثمارات (26)

معدل مردودية الاستثمار هو المعدل الذي يسمح بتكافؤ (تساوي) القيمة الحالية لنفقات شراء و تسيير الاستثمارات و بين القيمة الحالية للأرباح المنتظرة و المقدرة من هذا الاستثمار في زمن معين.

مثال :

تريد مؤسسة شراء آلة إنتاج، تسدها ب 4 دفعات سنوية متساوية قدرها 100000 دج. و تهلك هذه الآلة بعد 10 سنوات لتعطي قيمة متبقية معدومة. أما تقديرات الأرباح السنوية الناتجة عن استعمال هذه الآلة فتقدر ب 50000 دج. هل بمعدل 8.50% يحقق هذا الاستثمار مردودية للمؤسسة؟

الحل

مقارنة القيم الحالية في الزمن صفر:

بمعدل 8.50%

$$0.085 / [^{10}(1.085)-1 X]50000 = \text{القيمة الحالية للإيرادات}$$
$$= 328050 \text{ دج}$$

$$0.085 / [^4(1.085)-1 X] 100000 = \text{القيمة الحالية للنفقات}$$
$$= 327500 \text{ دج}$$

بمعدل 8.50% يحقق الاستثمار مردودية للمؤسسة لان القيمة الحالية للإيرادات اكبر من القيمة الحالية للنفقات و بالتالي فان معدل المرودية يكون اكبر من 8.50%.

✓ اختيار الاستثمارات (27)

تستعمل المؤسسات قانون القيمة الحالية لمتتالية دفعات، عند المقارنة بين عدة مشاريع استثمارية، لتحديد المشروع الأكثر مردودية.

و أحسن مشروع يختار من الناحية المالية هو المشروع الذي يحقق أكبر قيمة من الأرباح الإضافية الناتجة عن الفرق بين القيمة الحالية للإيرادات و النفقات.

مثال :

تريد مؤسسة القيام بمشروع استثماري إنتاجي و عند تهيئة الدراسات المالية للمشروع ظهرت حالتان:

المشروع الأول: نفقات المشروع 480000 دج تدفع مرة واحدة عند البداية. أما الأرباح التقديرية فمبلغها 60000 دج في آخر كل سنة و لمدة 15 سنة.

المشروع الثاني : نفقاته تسدد على مدى 4 سنوات بدفعات متساوية قدرها 100000 دج الأولى بعد سنة أما الأرباح فتقدر ب 50000 دج سنويا و لمدة 10 سنوات.

فإذا اعتبرنا أن القيمة المتبقية لكل مشروع في آخر العمر معدومة، و أن معدل الفائدة 9% سنويا، ما و المشروع الأكثر مردودية؟

الحل

المشروع الأول:

$$0.09 / [^{15}(1.09)-1 X]60000 = \text{القيمة الحالية للإيرادات}$$
$$= 483600 \text{ دج}$$

$$\text{الأرباح الصافية} = 480000 - 483600 = 3600 \text{ دج}$$

المشروع الثاني:

$$0.09 / [^{10}(1.09)-1 X]50000 = \text{القيمة الحالية للإيرادات}$$
$$= 320850 \text{ دج}$$

$$0.09 / [^4(1.09)-1 X]100000 = \text{القيمة الحالية للنفقات}$$
$$= 323900 \text{ دج}$$

$$\text{النتيجة الصافية} = 323900 - 320850 = 3050 \text{ دج}$$

بمعدل 9% المشروع الأحسن مردودية هو الأول.

ملاحظة: في حالة وجود قيمة متبقية للاستثمار تحسب قيمتها الحالية و تضاف للإيرادات.

المحور الرابع: القروض و اهتلاكها

أولاً- استهلاك القروض قصيرة الأجل

تمهيد

المقصود باستهلاك القروض هو سدادها مع فوائدها سواء تم ذلك في صورة مبلغ واحد أو على دفعات متساوية أو غير متساوية و يترتب على ذلك طرق عديدة لاستهلاك القروض منها:

- استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا و هنا جملة القرض تساوي جملة الأقساط.
- استهلاك القروض في نهاية المدة مع سداد الفوائد مسبقا.
- استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد مقدما.

استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل فقط و معها فائدة الرصيد(28).

1- سداد القروض قصيرة الأجل(29)

استهلاك القروض قصيرة الأجل التي لا تتعدى سنة واحدة يتم بطرق عديدة، و ذلك اعتمادا على كيفية و شروط عقد الاتفاق بين الدائن و الدين، و هناك عدة طرق نذكر منها:

- تسديد القرض و الفوائد دفعة واحدة وهي الجملة.
- تسديد الفوائد بشكل دوري مع تسديد أصل القرض في نهاية المدة.
- تسديد القرض و فوائده على أقساط متساوية من الأصل و الفوائد.

2- بعض الحالات لاستهلاك القروض قصيرة الأجل

- استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل و الفوائد معا(30)

تعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق تداولاً في الأسواق المالية و التي جرى العرف على استخدامها حيث أن الأقساط المتساوية التي تدفع آخر كل فترة دورية، يتكون جزء منها من أصل القرض و الجزء الآخر من الفوائد، و هذه الطريقة تحقق مبدأ التكافؤ أو التعادل بين المدين و الدائن بحيث يجب أن تتحقق العلاقة :

جملة القرض = جملة الأقساط

القرض + فوائده = مجموع الأقساط + فوائدها

مثال(1):

اقترض شخص مبلغ (A) قيمته 2000 دج لمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائدة (t) = 10% سنويا و اتفق على سداده و فوائده بأقساط شهرية متساوية يدفع القسط آخر كل شهر و المطلوب حساب مبلغ القسط الشهري (a).

عدد الأقساط (n) = 36 = 12 * 3 قسط

القرض + فوائده = مجموع الأقساط + فوائدها

$A(1+tn) = an + atn/2(M1+Mx)/12$

$12/(0+35)2/3*0.10* a + a36 = (3*0.10+1)2000$

$63.03 = 41.25/2600 = a$ دج

- سداد كل أو بعض الفوائد المستحقة مقدما مع سداد القرض في نهاية المدة(31)

قد يحدث أن تكون الفوائد المستحقة عن القرض تدفع مقدما، ويقوم المدين بدفع الفوائد مقدما أو جزء منها ، فإذا لم يتمكن من سداد الجزء الباقي يستحق عليه فوائد تأخير يتفق عليها في عقد القرض، و عندئذ يكون المعدل الحقيقي اكبر من معدل الفائدة المتفق عليه.

مثال(2):

اقترض شخص مبلغ (A) = 4000 دج لمدة سنة بمعدل فائدة 8% سنويا حيث تخصم الفائدة من القرض الأصلي و يسدد هذا القرض عند نهاية المدة، احسب معدل الفائدة الحقيقي السنوي (T) المحقق من هذا القرض.

فائدة القرض = $I = Atn$

$I = 4000 * 0.08 * 1 = 320$

صافي ما تسلمه الشخص = القرض - الفوائد = 3680 = 320 - 4000

$$I = ATn = 320 = 3680 * T * 1$$

المعدل الحقيقي هو :

$$T = 8.7\%$$

سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد مقدما (32)

إذا كان رأس المال المقترض يعطي إيرادا منتظما خلال مدة القرض، حيث يتمكن المدين من سداد القرض في صورة أقساط خلال مدة القرض، يمكن للمدين اختيار هذه الطريقة في السداد. و يختلف المعدل الحقيقي الذي يحققه الدائن عن المعدل المذكور في عقد القرض.

مثال (3):

اقترض احد الأشخاص مبلغ (A) = 6000 دج من بنك بمعدل فائدة 9% سنويا على أن تخصم الفائدة من مبلغ القرض يوم التعاقد و يشترط عقد القرض سداد أصل القرض على أقساط متساوية عند نهاية كل شهرين و لمدة سنتين.

احسب معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك (T) إذا أمكنه استثمار الأقساط المسددة بنفس معدل القرض.

- فائدة القرض

$$I = ATn = 6000 * 0.06 * 2 = 1080$$

المبلغ الذي تسلمه المدين من البنك = 4920 = 1080 - 6000

عدد الأقساط = n = 12

مبلغ القسط المسدد = 500 = 12 / 6000

فائدة الدفعات المستثمرة = 495 = 12 / ((22 + 0) * 2 / 12 * 0.09 * 500

الجملة = 6495 = 495 + 6000

الفوائد الذي حققها البنك = 1575 = 4920 - 6495

معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك (T) علما أن $I = ATn$

$$T = I / An = 1575 / 4920 * 2 = 0.16 = 16\%$$

ثانيا- استهلاك القروض طويلة الأجل

هناك نوعان من القروض، القروض العادية حيث أن القرض يصدر عن طرف واحد (مقرض واحد)، و القروض غير عادية حيث أن القرض يصدر عن عدة أطراف (عدة مقرضين).

1- سداد القرض على أقساط متساوية

إذا اقترض شخص من شخص آخر أو من مؤسسة مالية، فبإمكان المدين أن يسدد هذا الدين بعدة طرق و يتم الاتفاق عليها بين المدين و الدائن، و أهمها أن يتفق بسداد الديون بدفع أقساط متساوية و هذه الأقساط هي عبارة عن جزء من أصل القرض (الاستهلاك) و جزء من مجموع الفوائد⁽³³⁾.

ليكن لدينا:

V_0 رأس المال المقترض عند الفترة الزمنية صفر.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ أقساط متتابعة تدفع في نهاية الفترة أولها يدفع بعد سنة من تاريخ إمضاء العقد.

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ استهلاكات متتابعة محتواة ضمن القسط الأول حتى القسط الأخير.

$V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ رأس المال المتبقي و المستحق بعد دفع كل من القسط الأول والثاني حتى القسط الأخير.

i معدل الفائدة المستحقة على القرض.

n مدة سداد القرض.

و بتجزئة كل قسط إلى فوائد و استهلاكات تظهر عملية سداد القرض كمايلي:

الفترات

0		$V_0 = V_0$
1	$a_1 = V_0 i + A_1$	$V_1 = V_0 - A_1$
2	$a_2 = V_1 i + A_2$	$V_2 = V_1 - A_2$
3	$a_3 = V_2 i + A_3$	$V_3 = V_2 - A_3$
$n-1$	$a_{n-1} = V_{n-2} i + A_{n-1}$	$V_{n-1} = V_{n-2} - A_{n-1}$
n	$a_n = V_{n-1} i + A_n$	$V_n = V_{n-1} - A_n = 0$

$$\begin{aligned} \rightarrow & V_n = 0 & V_{n-1} &= A_n & a_n &= A_n i + A_n \\ \rightarrow & & & & & (34) a_n = A_n (1+i) \end{aligned}$$

1- العلاقة بين رأس المال المقترض و الاستهلاكات
مجموع الاستهلاكات يساوي مبلغ القرض

$$(35) A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = V_0$$

2- العلاقة بين الأقساط و الاستهلاكات

$$a_n - a_{n-1} = A_n - A_{n-1} (1+i)$$

- في حالة الأقساط الثابتة (المتساوية)

هنا الاستهلاكات المتتالية تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$

$$A_n - a_{n-1} = 0 \quad A_n = A_{n-1} (1+i)$$

في حالة الأقساط الثابتة، الاستهلاكات المتتالية تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$.

- في حالة الاستهلاكات الثابتة (المتساوية)

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n = V_0 / n$$

$$a_n - a_{n-1} = V_0 / n - V_0 / n (1+i)$$

$$a_n - a_{n-1} = -V_0 i / n$$

في حالة الاستهلاكات المتساوية الأقساط المتتالية تشكل متتالية حسابية متناقصة أساسها $-V_0 i / n$

- إذا خدنا العلاقة بين الاستهلاكات الثابتة نفسها نجد:

$$V_0 = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية متزايدة

$$V_0 = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + \dots + A_1(1+i)^{n-1}$$

$$A_1 * (1+i)^n - 1 / i = V_0$$

$$A_1 = V_0 * i / (1+i)^n - 1$$

3- العلاقة بين الأقساط و رأس المال المقترض

إذا كانت الأقساط ثابتة نجد:

$$V_0(1+i)^n = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + \dots + a(1+i) + a$$

$$V_0(1+i)^n = a(1+i)^n - 1 / i$$

و بالضرب في $(1+i)^{-n}$ نجد:

$$V_0 = a [1 - (1+i)^{-n}] / i$$

القسط الثابت يساوي:

$$a = V_0 i / [1 - (1+i)^{-n}]$$

4- حساب رأس المال المسدد بعد دفع عدد معين من الأقساط

ليكن R_p رأس المال المسدد بعد دفع P من الأقساط بحيث $n > p$

$$R_p = A_1 + A_2 + \dots + A_p \quad (36)$$

إذا كانت الأقساط ثابتة نجد:

$$R_p = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + \dots + A_1(1+i)^{p-1}$$

و هي تمثل حدود متتالية هندسية حدها العام الذي يمثل رأس المال المسدد كمايلي:

$$R_p = A_1(1+i)^p - 1/i \quad (37)$$

و بدلالة رأس المال المقترض نجد رأس المال المسدد يساوي:

$$R_p = V_0(1+i)^p - 1 / (1+i)^n - 1$$

5- حساب رأس المال المتبقي بعد تسديد عدد معين من الأقساط

ليكن V_p رأس المال المتبقي بعد دفع P من الأقساط :

$$V_p = V_0 - R_p \quad (38)$$

إذا كانت الأقساط ثابتة نجد:

$$V_p = V_0(1+i)^n - (1+i)^p / (1+i)^n - 1$$

6- جداول الاستهلاك (39)

يقوم بعض الدائون بإعداد جداول لتلخيص قيمة استهلاك أي قرض حيث يتم تسجيل قيمة كل دفعة مجزئة إلى قيمة تخص القرض الأصلي وقيمة تخص الفائدة، ويحتوي جدول استهلاك القرض البيانات التالية:

جدول استهلاك القرض

الفترة	أصل الدين في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	القسط	أصل الدين في نهاية المدة
1	V_0	$i V_0$	A	A	$V_0 - A$
2					
...					
...					

مثال تطبيقي:

اقتضت شركة صناعية مبلغ مليون دينار بمعدل 6% سنويا على أن يسدد على 6 أقساط سنوية متساوية القسط الأول يستحق بعد سنة من تاريخ القرض المطلوب إيجاد مايلي على التوالي:

1- مبلغ الاستهلاك الأول و الأخير

2- مبلغ القسط الثابت

- 3- تحقق من النتيجة بتجزئة القسط الأول و الأخير
 4- رأس المال المسدد بعد دفع القسط الثالث
 5- رأس المال المتبقي بعد تسديد القسط الثالث
 6- إعداد جدول الاستهلاك

الحل:

1- حساب الاستهلاك الأول و الأخير
 الأقساط ثابتة

$$A_1 = V_0 * i / (1+i)^n - 1$$

$$A_1 = 10^6 * 0.06 / (1.06)^6 - 1$$

$$A_1 = 143362.6$$

مبلغ الاستهلاك الأخير

$$A_n = A_{n-1} (1+i) = A_1 (1+i)^{n-1}$$

$$A_6 = A_1 (1+i)^5 = 143362.6 * (1.06)^5$$

$$A_6 = 191851.588$$

2- مبلغ القسط الثابت

$$a = V_0 i / [1 - (1+i)^{-n}]$$

$$= 10^6 * 0.06 / [1 - (1.06)^{-6}]$$

$$a = 203362.6$$

3- تجزئة القسط الأول و الأخير

$$a_1 = V_0 i + A_1$$

$$a_1 = 10^6 * 0.06 + 143362.6$$

$$a_1 = 203362.6$$

$$a_6 = V_5 i + A_6$$

علمنا أن $V_5 = A_6$

$$a_6 = 191851.588 * 0.06 + 191851.588$$

$$a_6 = 203362.6$$

4- رأس المال المسدد بعد القسط الثالث

$$R_p = V_0(1+i)^p - 1 / (1+i)^n - 1$$

$$R_3 = V_0(1+i)^3 - 1 / (1+i)^6 - 1$$

$$R_3 = 10^6(1.06)^3 - 1 / (1.06)^6 - 1$$

$$R_3 = 456409.17$$

5- رأس المال المتبقي بعد تسديد القسط الثالث

$$V_p = V_0(1+i)^n - (1+i)^p / (1+i)^n - 1$$

$$V_3 = V_0(1+i)^6 - (1+i)^3 / (1+i)^6 - 1$$

$$V_3=10^6(1.06)^6 - (1.06)^3 / (1.0)^6 - 1$$

$$V_3= 543590.63$$

6- جدول استهلاك القرض

لدينا:

$$10^6=V_0, 6\%=i, 6=n, a=203362.6, \text{الفائدة=أصل القرض} * \text{معدل الفائدة}$$

جدول الاستهلاك

الفترات	أصل الدين في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	القسط	أصل الدين في نهاية المدة
1	$10^6=V_0$	60000	$143362.6=A$	$a=203362.6$	$= A - V_0$ 856637.4
2	856637.4	51398.24	151964.36	$a=203362.6$	704673.04
3	704673.04	42280.39	161082.22	$a=203362.6$	543590.82
4	543590.82	32615.45	170747.15	$a=203362.6$	372843.67
5	372843.67	22370.62	180997.98	$a=203362.6$	191851.69
6	191851.69	11511.10	191857.86	$a=203362.6$	0

المحور الخامس: التقنيات البورصية

أولا : تعاريف

في بعض الحالات، قد تحتاج الشركات الكبيرة إلى أموال طائلة، لغرض التوسع في المجال الإنتاجي أو لمجرد زيادة رأس المال أو غير ذلك. وقد لا تتمكن البنوك أو أي جهة ممولة من تغطيتها بالكامل، هذا ما يدفعها إلى مشاركة أكثر من جهة في تغطية هذه الأموال من طرف أفراد أو شركات أو بنوك.

وأسلوب مشاركة أكثر من جهة في تغطية قرض معين، يكون من خلال إصدار سندات للاكتتاب العام. "القرض هو لا يعني فقط القيمة الاسمية في تاريخ معين لكن هو المبلغ النظري المدفوع أي القيمة الاسمية الظاهرة لحامله في السوق الثانوي مضافا إليها الفائدة حسب المعدل السائد في السوق حسب معدل القرض" (40)

إذن عندما يكون القرض بقيمة مرتفعة يتحصل عليه من عدة مقرضين و قيمته تقيم بحصص متساوية تسمى بقيمة السند ، و "السند عبارة عن التزام أو تعهد الجهة المصدرة له بان تدفع لحامله أو لاسمه مبلغ ثابت في نهاية مدة استهلاكه المنصوص عليها في بنود الإصدار، إلى جانب الفوائد المستحقة طبقا لمعدل الفائدة المنصوص عليه(41) ، القروض السندية لها معدلات فائدة ثابتة لكنها يمكن أن تحسب على معدلات متغيرة في حالات.

تتميز السندات من الوجهة الرياضية بالعناصر الآتية:

- القيمة الاسمية وهي القيمة الواردة في سند القرضو هي التي على أساسها تحسب الفوائد

- معدل الفائدة و هي معدل الفائدة الوارد في سند القرص و يسمى بالمعدل الاسمي(42)
- معدل المرودية للسند (معدل الاستثمار)، و في حالة القيمة الاستهلاكية تساوي القيمة الاسمية و تساوي القيمة الحالية، هنا معدل الاستثمار يعادل المعدل الاسمي(43)
- القيمة الاستهلاكية و هي القيمة التي تدفع لصاحب السند عند استهلاكه.
- القيمة الحالية المدفوعة من المقترض لشراء السند لها تكاليف كبيرة بالنسبة للمؤسسات المانحة لها و عموما القيمة الحالية اقل من القيمة الاسمية.
- يطلق اسم الكوبون على الفائدة الدورية التي تستحق في نهاية كل سنة أو ستة أشهر. و يمكن الحصول على قيمة الكوبون عن طريق تقديمه لجهة الإصدار وذلك بعد نزعها من السند نفسه.
- و تحتسب الفوائد الدورية على أساس معدل الفائدة المنصوص عليها و على أساس من القيمة الاسمية المثبتة في صدر السند. هذا المعدل قد يختلف عن معدل استثمار السند في السوق.
- مدة القرض و دورية الفوائد و الاستهلاكات هي الشروط التي وضعت عند الإصدار لتحديد مدة و فاء الإسناد، و مدة الدورة التي تدفع بنهايتها الفوائد و يستهلك الإسناد.
- قيمة الإصدار (سعر الإصدار) و هي القيمة التي يطرح بها إسناد القرض للاكتتاب و قد تكون مساوية للقيمة الاسمية أو اقل من تلك القيمة و الفرق سمي خصم الإصدار، أو اكبر من تلك القيمة و الفرق يسمى علاوة الإصدار(44).

مهما اختلفت خصائص السندات فهي تدر على حاملها فوائد سنوية أو نصف سنوية ثابتة، تحسب كنسبة مئوية من القيمة الاسمية للسند و هي القيمة الاسمية للسند. و عليه فان تقييم السندات يقوم أساسا على تقييم التدفقات النقدية التي يحصل عليها الحملة و هي القيمة الاسمية و الفوائد السنوية و ذلك بإيجاد القيمة الحالية لهما.

وتجدر الإشارة إلى أن قيمة السند في أي لحظة مقارنة بقيمته الاسمية تتوقف على الفرق بين سعر الفائدة الممنوح للحملة و السعر السائد في السوق هذا مع توفر تاريخ استحقاقه، و هنا نستطيع تسجيل ثلاث حالات:

- ✓ عندما يكون سعر الفائدة الممنوح مقابل الاستثمار في السند اكبر من السعر السائد في السوق، يقيم السند بأعلى من قيمته الاسمية. هنا يسعى المستثمرون للتوظيف في الأدوات المالية الأكثر مردودية من تلك المتوفرة في السوق، ويقال عندئذ أن السند يبيع بعلاوة.
 - ✓ عندما يكون العكس أي السعر السائد في السوق اكبر من سعر الفائدة ، يقيم السند بأقل من قيمته الاسمية لقلّة الطلب عليه لأنه يدر أرباحا اقل مما لو اشترى المستثمرون أداة من الأدوات المالية المتوفرة في السوق، ويقال عندئذ أن السند يبيع بخصم.
 - ✓ عندما يتساوى السعران عندئذ يقيم السند بقيمته الاسمية، ويقال انه يبيع بالقيمة الاسمية(45)
- ثانيا: تقييم السند تحديد ثمن شراءه**

ثمن شراء السند، هو مقدار ما يدفع من وحدات نقدية مقابل التمتع بما يخوله السند من حقوق(القيمة الاستهلاكية للسند في تاريخ الاستهلاك و الفوائد الدورية قيمة- الكوبون) لحامله أو لاسمه و الشخص الذي يرغب في شراء السند يقدر ثمن الشراء طبقا لمعدل الفائدة الذي يرغب في استثمار أمواله به و يسمى بمعدل الاستثمار و على هذا فان الثمن الذي يقبل المشتري أن يدفعه لشراء السند إنما يمثل القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية مضافا إليها القيمة الحالية للكوبونات أي الفوائد المنتظر تحصيلها حتى تاريخ السداد.

ليكن لدينا الرموز التالية(46):

القيمة الاستهلاكية للسند A
 الفوائد التي تدفع بصفة دورية أي قيمة الكوبون $i*b = a$
 القيمة الاسمية للسند b
 معدل الفائدة i
 معدل الاستثمار i'
 عدد الفترات الزمنية حتى موعد الاستهلاك n
 ثمن شراء السند p = القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية + القيمة الحالية للفوائد
 القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية $A = (i'+1)^{-n}$
 القيمة الحالية للفوائد هي في الواقع القيمة الحالية لدفعة مؤخرة الدفع مبلغها a ومدتها n
 $a = \frac{i'}{[(i'+1)^n - 1]}$
 أي أن:

$$a + (i'+1)^{-n} A = p$$

✓ شراء السند بعلاوة أو خصم أو بنفس القيمة الاسمية
 إذا تم شراء السند بثمن أكبر من القيمة الاستهلاكية فنقول أن الشراء تم بعلاوة و العكس صحيح
 نقول أن الشراء تم بخصم . ولو فرضنا أن الفرق بين ثمن الشراء و القيمة الاستهلاكية هو

$$A - p = L^{(47)}$$

فإن L تكون موجبة لما $A < p$ و العكس صحيح.

و يمكن أن نحدد قيمة L كمايلي(48):

$$A - p = L$$

$$a + \frac{i'}{[(i'+1)^n - 1]} A = P$$

$$[i' - a A] \frac{i'}{[(i'+1)^n - 1]} = L$$

ملاحظة: إذا لم يحدد في التمرين قيمة استهلاكية يفترض أن القيمة الاستهلاكية تعادل القيمة الاسمية.

مثال:

سند قيمته الاسمية 10000 دج يستحق الدفع بعد 10 سنوات من الآن و يعطي الفوائد بمعدل سنوي اسمي قدره 2.5% و تدفع الفوائد في نهاية كل سنة. اوجد ثمن شراء هذا السند إذا أردت أن تستثمر أموالك بمعدل فائدة مركبة قدره 3%.

- ✓ إذا كان الشراء قد تم بعد صرف الكوبون مباشرة
- ✓ إذا كان الشراء قد تم قبل صرف الكوبون مباشرة
- ✓ اوجد علاوة أو خصم الشراء بفرض أن السند يشتري بعد صرف الكوبون مباشرة، ثم اوجد ثمن الشراء.

الحل

- ✓ إذا كان الشراء قد تم بعد صرف الكوبون مباشرة

القيمة الاستهلاكية للسند $10000 = b = A$

القيمة الاسمية للسند $10000 = b$

معدل الفائدة $i = 2.5\%$

معدل الاستثمار $i = 3\%$

عدد الفترات الزمنية حتى موعد الاستهلاك $n = 10$

الفوائد التي تدفع بصفة دورية أي قيمة الكوبون $a = b * i = 250 = 10000 * 2.5\%$ دج

ثمن شراء السند $p =$ القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية + القيمة الحالية للفوائد

$$p = A \frac{i^n}{(1+i)^n - 1} + a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$p = 10000 \frac{0.025^{10}}{(1+0.025)^{10} - 1} + 250 \frac{1 - (1+0.025)^{-10}}{0.025}$$

$$= 9573.49 \text{ دج}$$

✓ إذا كان الشراء قد تم قبل صرف الكوبون مباشرة

في هذه الحالة نجد أن ثمن الشراء يزيد بمقدار الكوبون و قدره 250 دج

$$\text{ثمن الشراء} = 9573.49 + 250 = 9823.49 \text{ دج}$$

✓ علاوة أو خصم الشراء

$$L = \frac{A - a}{i} \left[(1+i)^n - 1 \right]$$

$$L = \frac{10000 - 250}{0.025} \left[(1+0.025)^{10} - 1 \right]$$

$$= 426.51$$

✓ ثمن الشراء

$$L = p - A$$

$$p = 10000 - 426.51$$

$$p = 10000 - 426.51 = 9573.49 \text{ و هي النتيجة التي توصلنا لها سابقا.}$$

ثالثا- استهلاك السندات (49)

استهلاك القروض السندية يقصد بها تسديد القرض من خلال إعادة قيمة السندات إلى حاملها و طبقا لشروط الإصدار المنصوص عليها، حيث أن السند قد يسدد بقيمة أعلى أو أقل أو تساوي لقيمتها الاسمية.

و بصفة عامة لا تختلف طرق استهلاك القروض السندية عن طرق استهلاك القروض النقدية طويلة الأجل المتعرض لها سابقا.

و يقصد أيضا باستهلاك السندات قيام الجهة المقترضة و المستثمرة للسند برد القيمة الاستهلاكية المنصوص عليه في السند إلى حامله، حيث تبرئ بذلك ذمتها من الدين .

و تتم عملية الاستهلاك إما دفعة واحدة في نهاية المدة المحددة في السند أو على دفعات دورية و ذلك وفقا للشروط الواردة في السند عند الإصدار فإذا ما ورد بالشروط أن استهلاك السندات يتم على دفعات دورية فإن ذلك يمكن أن يكون عن طريق الاستهلاكات المتساوية من السندات بالإضافة إلى الفوائد المستحقة عن قيمة السندات المتداولة أول الفترة أو عن طريق السداد بأقساط متساوية من قيمة السندات و الفوائد معا(50).

ويكون جدول استهلاك السندات بالشكل التالي و يتضمن البيانات التالية(51):

$$\text{القسط المتساوي} = \text{القرض} / (i+1) - 1 \div n$$

$$A = \text{الاستهلاكات}$$

$$A1 = \text{القسط} - \text{القرض} \times \text{معدل الفائدة}$$

$$A1(i+1) = 2A$$

$$A2(i+1) = 3A$$

و..... وهكذا

عدد السندات المستهلكة سنويا

الاستهلاك الأول ÷ القيمة الاسمية للسند

الاستهلاك الثاني ÷ القيمة الاسمية للسند

الاستهلاك الأول ÷ القيمة الاسمية للسند

الاستهلاك الثالث ÷ القيمة الاسمية للسند

و..... وهكذا

القيمة الاسمية للسند = مبلغ القرض ÷ عدد السندات الكلية، و عدد السندات يقرب لأقرب رقم صحيح.

جدول الاستهلاك

السنة	عدد السندات المتداولة	عدد السندات المستهلكة	الفائدة المستحقة	الاستهلاك	جملة ما تتحمله الهيئة (القسط)
	عدد السندات الكلية	الاستهلاك +	عدد السندات المتداولة × القيمة الاسمية للسند × معدل الفائدة	عدد السندات المستهلكة × القيمة الاسمية للسند	الفائدة المستحقة × الاستهلاك

مثال:

أصدرت إحدى الهيئات قرضا سنديا يتكون من عشرة آلاف سند و القيمة الاسمية للسند الواحد 10دج و على أساس معدل فائدة قدره 3% سنويا .

فإذا علمت أن الشركة تريد أن تسدد القرض على خمسة أقساط متساوية من رأس المال و الفوائد معا فالمطلوب:

- ✓ تحديد عدد السندات التي تستهلك آخر كل سنة
- ✓ إعداد جدول استهلاك السندات.

الحل:

القرض = عدد السندات المتداولة × القيمة الاسمية للسند

$$100000 = 10 \times 10000 =$$

$$\text{القسط المتساوي} = \frac{100000}{1 - (0.03 + 1)^{-5}} \div 0.03 =$$

$$= 21735.46 \text{ دج}$$

الاستهلاكات = A

$$18835.46 = 0.03 \times 100000 - 21735.46 = A1$$

$$19400.524 = (0.03+1)18835.46 = 2A$$

$$19982.54 = (0.03+1) 19400.524 = 3A$$

$$20582.012 = (0.03+1)19982.54 = 4A$$

$$21199.472 = (0.03+1) 2058.012 = 5A$$

عدد السندات المستهلكة سنويا

$$1884 = 10 \div 18835.46$$

$$1940 = 10 \div 19400.524$$

$$1998 = 10 \div 19982.54$$

$$2058 = 10 \div 20582.012$$

$$2120 = 10 \div 21199.472$$

مجموع السندات المستهلكة سنويا: $10000 = 2120 + 2058 + 1998 + 1940 + 1884$

$$10000 = \text{عدد السندات المتداولة للسنة الأولى} \checkmark$$

$$1884 = \text{عدد السندات المستهلكة للسنة الأولى}$$

$$3000 = 0.03 \times 10 \times 10000 = \text{الفائدة المستحقة للسنة الأولى}$$

$$18840 = 10 \times 1884 = \text{الاستهلاك للسنة الأولى}$$

- جملة ما تتحمله الهيئة (القسط) = $21840 = 3000 + 18840$
- ✓ عدد السندات المتداولة للسنة الثانية = $8116 = 1884 - 1000$
- عدد السندات المستهلكة للسنة الثانية = 1940
- الفائدة المستحقة للسنة الثانية = $2434.8 = 0.03 \times 10 \times 8116$
- الاستهلاك للسنة الثانية = $19400 = 10 \times 1940$
- جملة ما تتحمله الهيئة (القسط) = $21834.8 = 19400 + 2434.8$
- ✓ عدد السندات المتداولة للسنة الثالثة = $2176 = 1940 - 8116$
- عدد السندات المستهلكة للسنة الثالثة = 1998
- الفائدة المستحقة للسنة الثالثة = $1852.8 = 0.03 \times 10 \times 2176$
- الاستهلاك للسنة الثالثة = $19980 = 10 \times 1998$
- جملة ما تتحمله الهيئة (القسط) = $21832.8 = 1852.8 + 19980$
- ✓ عدد السندات المتداولة للسنة الرابعة = $4178 = 1998 - 2176$
- عدد السندات المستهلكة للسنة الرابعة = 2058
- الفائدة المستحقة للسنة الرابعة = $1253.4 = 0.03 \times 10 \times 4178$
- الاستهلاك للسنة الرابعة = $20580 = 10 \times 2058$
- جملة ما تتحمله الهيئة (القسط) = $21833.4 = 1253.4 + 20580$
- ✓ عدد السندات المتداولة للسنة الخامسة = $2120 = 2058 - 4178$
- عدد السندات المستهلكة للسنة الخامسة = 2120
- الفائدة المستحقة للسنة الخامسة = $646 = 0.03 \times 10 \times 2120$
- الاستهلاك للسنة الخامسة = $21200 = 10 \times 2120$
- جملة ما تتحمله الهيئة (القسط) = $21846 = 646 + 21200$
- جدول الاستهلاك

السنة	عدد السندات المتداولة	عدد السندات المستهلكة	الفائدة المستحقة	الاستهلاك	جملة ما تتحمله الهيئة (القسط)
1	10000	1884	3000	18840	21840
2	8116	1940	2434.8	19400	21838.8
3	6176	1998	1856.8	19980	21832.8
4	4178	2058	1253.4	20580	21833.4
5	2120	2120	646	21200	21836

الجانب التطبيقي : سلاسل تمارين
المحور الأول:الفائدة البسيطة

التمرين الأول:

- شخص مدين بمبلغ 7000 دج تستحق الدفع في 97/10/22 فما المبلغ الواجب استثماره بتاريخ 05/15 من نفس السنة بمعدل 5% حتى يتمكن من تسديد الدين في ميعاده.
- احسب الفائدة البسيطة و الجملة لمبلغ 1000 دج استثمر لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدره 2% لكل 4 أشهر.

التمرين الثاني:

- أودع شخص مبلغ 1000 دج في إحدى البنوك التجارية لمدة 3 سنوات و بإشعار من البنك في نهاية مدة الإيداع تبين أن مقدار ما يستحق من فوائد يساوي 180 دج و المطلوب تحديد معدل الفائدة السنوي الذي احتسبه البنك للعميل.
- كما أودع شخص في البنك في 2000/12/13 مبلغ 1000 دج فلما كان البنك يمنح عملائه فائدة بسيطة بمعدل 6 % سنويا، احسب ما يستحق العميل في 2001/10/23 على أساس : معدل فصلي، معدل نصف سنوي، معدل سنوي، فسر العلاقة بين الثلاث معدلات.

التمرين الثالث:

- أودع شخص في البنك مبلغ 1000 دج في 1996/12/13 و اتفق مع البنك على أن يكون معدل الفائدة 6% و تاريخإنهاء الإيداع 1999/12/23 و المطلوب حساب ما يستحقه العميل عندما تكون الفائدة صحيحة و تجارية.

التمرين الرابع:

- أودع شخص 3 مبالغ مالية في صندوق التوفير و الاحتياط بحيث :
المبلغ الأول قدره 60000 دج يودع من 1 فيفري 2005 إلى 31 مارس من نفس السنة بمعدل فائدة 6%
المبلغ الثاني قدره 150000 دج يودع من 1 مارس إلى غاية 30 جوان من نفس السنة بمعدل فائدة 8%
المبلغ الثالث قدره 20000 دج يودع من 10 مارس إلى غاية 30 جوان من نفس السنة بمعدل فائدة 12%.
احسب مبلغ الفائدة الإجمالي لهذا الشخص ثم حدد قيمة رصيده الإجمالي.

التمرين الخامس:

استثمر شخص مبلغ 300000 دج لمدة 300 يوم، فبلغ الفرق بين الفائدة التجارية و الفائدة الحقيقية التي يحققها 600 دج . ما هو معدل الفائدة المطبق على هذا المبلغ و ماهي جملة المبلغ بالفائدة التجارية و الحقيقية . إذا كان هذا المبلغ هو في الأصل جملة لمبلغ آخر تم إيداعه من قبل لمدة 250 يوم بمعدل 7.5 % سنويا، احسب قيمة المبلغ الأصلي.

التمرين السادس:

استثمرت 3 رؤوس أموال لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة 11 % ، و حققت فائدة إجمالية قدرها 26400 دج . فإذا كان المبلغ الأول = المبلغ الثالث - 4000 دج و المبلغ الثاني - المبلغ الأول = المبلغ الثالث - المبلغ الثاني، حدد قيمة كل رأس المال ثم قيمة الفائدة التي يحققها كل رأس المال.

التمرين السابع:

أودع شخص مبلغ مالي قدره 540000 دج في المصرف بتاريخ 2 جانفي 2004، فبلغ مجموع الفائدة التجارية و الحقيقية في 8 سبتمبر من نفس السنة 68062.5 دج . حدد قيمة معدل الفائدة المطبق على هذا المبلغ، قيمة كل من الفائدة التجارية و الحقيقية، جملة هذا المبلغ بالفائدة الحقيقية إذا طبقت عليه فائدة بمعدل يزيد عن المعدل السابق بـ 2.35 % ، و قيمة المبلغ الذي يعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الحقيقية المحسوبة سابقا بإيداعه لمدة 300 يوم بمعدل 10 % سنويا.

التمرين الثامن:

أودع شخص في البنك 3 مبالغ الأول لمدة 180 يوم، الثاني لمدة 90 يوم، الثالث لمدة 270 يوم بحيث تعطي في الأخير فوائد متساوية. فإذا علمت أن مجموع هذه المبالغ هو 1377200 دج و مجموع الفوائد هو 67608 دج ، حدد قيمة كل مبلغ، قيمة معدل الفائدة المطبق على هذه المبالغ، قيمة الرصيد الإجمالي لهطا الشخص، إذا تم تغيير مدة المبلغ الأول مع الثالث، بكم يتغير مجموع الفوائد.

سلسلة تمارين خاصة بالدفعات و الفوائد الدورية

التمرين الأول:

اتفق احد التجار مع البنك على أن يودع لديه في أول و منتصف كل شهر مبلغ 1500 دج، ثم يقوم بسحب 1000 دج قبل نهاية الشهر بـ 5 أيام و لمدة سنة كاملة.

فإذا كان البنك يمنح عملائه فائدة بسيطة بمعدل 3 % سنويا في حالات السحب و الإيداع المطلوب:

إيجاد رصيد العميل في نهاية السنة مع اعتبار أن الشهر 30 يوما.

التمرين الثاني:

اتفق احد الأشخاص مع بنك أن يودع لديه مبلغا ثابتا بصفة دورية آخر كل شهر، وفي نهاية عام و نصف بلغ ما يستحق له لدى البنك 3702 دج، فإذا كان معدل الفائدة هو 4 % سنويا حدد مبلغ الدفعة المتفق عليها.

التمرين الثالث:

اقترض شخص مبلغ 10000 دج على أن يتم تسديده بعد 3 سنوات، مع تحمله دفع فوائد دورية في نهاية كل ثلاثة أشهر طوال مدة القرض، و بمعدل فائدة بسيط 6% سنويا.

- احسب مقدار الفائدة الدورية الواحدة.

و نفرض ان المدين قد اتفق مع الدائن بعد سداد الفائدة الدورية السابعة بان يدفع له باقي الفوائد الدورية المستحقة مع فوائد تاخيرها في نهاية مدة القرض.

- إيجاد ما يستحق الدائن في نهاية المدة.

و بعد فترة تأخير الدفعات و دفع عليها فوائد تأخير، اوجد معدل الفائدة المحقق عن هذا القرض.

و الآن على فرض أن الدائن كان يستثمر الفوائد الدورية المدفوعة فور استلامها بمعدل فائدة 8% سنويا، حدد معدل الفائدة الحقيقي الذي استثمرت به هذه الأموال.

التمرين الرابع:

اقترض شخص مبلغ 6000 دج و تعهد بتسديده بعد 3 سنوات على الأكثر و الفوائد الدورية في نهاية كل 3 أشهر، و معدل الفائدة هو 6% سنويا، و في حالة التأخير يكون معدل الفائدة 9% على الفوائد الدورية المتأخرة، فإذا علمت أن المدين قام بسداد الفوائد الدورية السبعة الأولى في ميعادها و سدد الدفعات الباقية في نهاية مدة القرض الأصلي.

احسب جملة ما يلزم المدين بسداده عند نهاية مدة القرض.

التمرين الخامس:

استدان شخص مبلغ 100000 لمدة سنة و تسعة أشهر، و اتفق مع دائنة على دفع فوائد دورية كل ربع سنة. لكن بعد دفعه لأربع دفعات اكتشف بأنه لا يمكنه مواصلة دفع الفوائد الدورية المتبقية في تواريخ استحقاقها فاتفق مع دائنة على تأخير الدفع إلى غاية ثلاثة أشهر بعد نهاية مدة القرض المتفق عليها و ذلك وفقا لمعدل الفائدة البسيطة الذي يقدر ب9% سنويا مع أن أصل الاتفاق على أساس معدل 7% سنويا، و المطلوب إيجاد ما يتوجب على المدين دفعه.

سلسلة تمارين خاصة بالخصم و القيمة الحالية

التمرين الأول:

خصم شخص ورقة تجارية قيمتها الاسمية 4040 دج لدى إحدى البنوك قبل تاريخ استحقاقها لمدة 60 يوم بمعدل خصم 6% احسب:

مقدار الخصم الحقيقي و التجاري و الفرق بينهما.

التمرين الثاني:

القيمة الحالية لورقة تجارية خصمت بتاريخ 2000/08/25 بمعدل 4% سنويا تساوي 89370 دج ، و لكن لو خصمت هذه الورقة قبل تاريخ استحقاقها بشهر واحد لكان مبلغ الخصم يقل بمقدار 330 دج عن مبلغ الخصم في الحالة الأولى و المطلوب حساب القيمة الاسمية و تاريخ استحقاق هذه الورقة التجارية.

التمرين الثالث:

شخص مدين بمبلغ ما يستحق السداد بعد 9 أشهر من الآن و لقد تبين لهذا المدين انه لو قام بتسديد دينه فورا لحقق وفرا مقداره 0.8740 دج، كما إذا قام بخصمه لدى إحدى البنوك التجارية كوسيلة لسداد دينه.

و المطلوب: إيجاد المبلغ المدين من هذا الشخص علما بان معدل الخصم في الحالتين 4% سنويا.

التمرين الرابع:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 1800 دج تستحق في 30 جوان 1997 خصمت في أول افريل 1997 ، و قد حسب البنك يوم كمهلة للمدين، إذا كان معدل الخصم 4% ، مصاريف التحصيل 0.5 بالألف، العمولة 1 بالألف، ما هو صافي القيمة الحالية لهذه الورقة.

التمرين الخامس:

خصمت ثلاث أوراق تجارية لدى إحدى البنوك و كانت قيمتها بالترتيب كمايلي: 2000 دج، 4000 دج، 3000 دج، تستحق بعد 40، 90، 15 يوما بالترتيب، فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة بمعدل 1 بالألف، و أن صافي القيمة الحالية لهذه الأوراق 8899.75 دج، فما هو معدل الخصم لهذه الأوراق.

التمرين السادس:

قدم تاجر في 16 افريل 1995 إلي القرض الشعبي بقسنطينة الأوراق التجارية الآتية:

الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2400 دج تستحق في 19 جوان 1995 مسحوبة على شركة البناء عنابة.

الورقة الثانية قيمتها الاسمية 10000 دج تستحق في 13 أوت 1995 مسحوبة على شركة نقل المسافرين قالمة.

الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 3600 دج تستحق في 2 سبتمبر 1995 مسحوبة على التاجر محمود قسنطينة .

إذا كان معدل الخصم 6% ، عمولة 1 بالآلف، مصاريف التحصيل 0.05% ، و أن البنك يضيف يوم مهلة لكل ورقة من الأوراق الثلاث و المطلوب:

- حساب الاجبوالذي يتقاضاه البنك
- إعداد حافظة خصم الأوراق المقدمة من البنك إلى العميل.

التمرين السابع:

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 1496 دج و دفع من ثمنها فوراً 703 دج و أعطى البائع كمبيالة تستحق الدفع بعد شهرين، حيث لو قطعها في الحال في البنك بمعدل خصم 6% لحصل على قيمة دينه، فما هي القيمة الاسمية للكمبيالة؟.

التمرين الثامن:

تعاقد شخص مع إحدى الشركات العقارية على شراء قطعة ارض و كان من ضمن بنود العقد مايلي:

- يدفع المشتري فوراً 15000 دج و 20000 دج أخرى تدفع في نهاية السنة من التعاقد.
- يدفع المشتري فوراً 15000 دج و الباقي يسدد على 12 دفعة شهرية تدفع في أول الشهر مبلغها 2000 دج فإذا علم أن معدل الخصم التجاري هو 6% في الحالتين، أي البندين أفضل في الدفع؟ .

سلسلة تمارين خاصة بالتسويات المالية قصيرة الأجل – التكافؤ-

التمرين الأول:

حرر تاجر في 8 مارس 1997 الأوراق التجارية التالية:

- الورقة الأولى 1000 دج تستحق بعد 40 يوماً من تاريخ التحرير.
- الورقة الثانية 2000 دج تستحق بعد 50 يوماً من تاريخ التحرير.
- الورقة الثالثة 4000 دج تستحق بعد 80 يوماً من تاريخ التحرير.

فإذا أراد التاجر أن يتخلص من هذه الأوراق بتاريخ 27 افريل 1997 بدفع مبلغ نقدي، و أن معدل الخصم 6% فما هي قيمة هذا المبلغ؟ .

التمرين الثاني:

شخص مدين بالأوراق المالية التالية:

- الورقة الأولى 1000 دج تستحق بعد 6 أشهر.
- الورقة الثانية 2000 دج تستحق بعد 8 أشهر.

- الورقة الثالثة 4000 دج تستحق بعد 9 أشهر.
- الورقة الرابعة 5000 دج تستحق بعد 10 أشهر.

فإذا أراد هذا المدين أن يدفع 5000 دج فوراً للدائن و يحرر له بالباقي سدين السند الأول يستحق بعد 4 أشهر، و قيمته نصف السند الثاني، و السند الثاني يستحق بعد 6 أشهر فإذا علم أن معدل الخصم المتفق عليه لتسوية هذا الدين هو 6% سنوياً.

المطلوب: إيجاد القيمة الاسمية للدين.

التمرين الثالث:

يمكن شراء جهاز كهربائي بأحد الأسلوبين التاليين:

- دفع مبلغ 420 دج فوراً عند الشراء
- دفع مبلغ 60 دج نقداً عند الشراء و توقيع 6 سندات شهرية القيمة الاسمية لكل منها مبلغ 61.20 دج الأولى تستحق بعد شهر و الأخيرة في نهاية الشهر السادس من تاريخ الشراء.

ما هو معدل الخصم الذي يخصم به التاجر هذه الأوراق حتى يكون هناك تكافؤ بين البديلين؟ .

التمرين الرابع:

تاجر مدين بثلاث أوراق تجارية :

- الأولى 750 دج تستحق في 10 جويلية.
- الثانية 1250 دج تستحق في 15 أوت.
- الثالثة 800 دج تستحق في 31 أوت.

و في 30 جوان أراد تبديلها بورقة تجارية واحدة قيمتها الاسمية تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق الثلاث، حدد التاريخ المشترك الجديد للورقة التجارية مع العلم أن معدل الخصم هو 6% .

المحور الثاني: الفائدة المركبة

سلسلة تمارين خاصة بالفائدة المركبة

التمرين الأول:

اقترض شخص مبلغ 10000 دج في 1986/1/1 من احد البنوك ثم بعد ذلك اقترض مبلغ 20000 دج في 1986/7/1 و أخيرا مبلغ 30000 دج في 1988/1/1 و تعهد بسداد كل هذه الديون في آخر ديسمبر 1991 ، فإذا علم أن البنك يحسب فوائد مركبة بمعدل 6% سنويا على المبالغ المقترضة ، احسب الرصيد أو المبلغ الواجب دفعه في 1991/12/31.

التمرين الثاني:

نريد حساب جملة أربع دفعات سنوية مبلغ الواحدة 10000 دج في حالتين:

- تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى
- تدفع الثانية بداية السنة الأولى

علما أن معدل الفائدة المركبة في الحالتين هو 6% .

التمرين الثالث:

اتفق شخص مع احد البنوك على أن يودع في آخر كل سنة دفعة سنوية مقدارها 1000 دج، ابتداء منعام 1980 حتى يتمكن من شراء احد العقارات عام 1990 و الذي يقدر ثمنه بمبلغ 140000 دج حين ذاك.

فإذا علم أن هذا الشخص قام بإيداع 8 دفعات الأولى في مواعيدها و توقف عن إيداع باقي الدفعات المتفق عليها مكثفيا بحصوله على رصيد في نهاية 1989. و إذا علم أن البنك يمنح عملائه معدل فائدة سنوي مركب 5% ، تحدد الفرق الذي يجب أن يدفعه هذا الشخص حتى يتمكن من شراء هذا العقار في 1990.

التمرين الرابع:

شخص مدين بالأوراق المالية التالية:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 5000 دج تستحق بعد 4 أشهر.
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 4000 دج تستحق بعد 6 أشهر.
- الورقة الثالثة قيمتها الاسمية 5000 دج تستحق بعد 8 أشهر.
- الورقة الرابعة قيمتها الاسمية 6000 دج تستحق بعد 10 اشهر.

وقد اتفق المدين مع الدائن على أن يدفع 7000 دج فورا و يحرر له بالباقي سدين قيمة الأول 2/3 من قيمة الثاني، السند الأول يستحق بعد 5 أشهر و السند الثاني يستحق بعد 6 أشهر .

فإذا علم أن معدل الخصم المركب لتسوية هذا الدين هو 6% سنويا، المطلوب إيجاد القيمة الاسمية للسدين .

التمرين الخامس:

3 مبالغ متساوية القيمة و وظفت بفائدة مركبة لمدة سنتان وفقا للشروط التالية:

- المبلغ الأول وظف بفائدة 6% سنويا مع إضافة الفائدة كل سنة.
- المبلغ الثاني وظف بفائدة 3% نصف سنوي مع إضافة الفائدة كل نصف (2/1) سنة.
- المبلغ الثالث وظف بفائدة 1.5% ربع سنوي مع إضافة الفائدة كل ربع (4/1) سنة.

إذا علمت انه بعد مدة التوظيف و جد أن الفرق بين جملة المبلغ الأول و جملة المبلغ الثاني تقدر بـ 859.06 دج .

و المطلوب:

- احسب قيمة كل مبلغ و مقدار الفرق بين الفائدة المنتجة من توظيف المبلغ الثالث و الثاني.

التمرين السادس:

استثمر شخص مبلغ من المال في احد البنوك فبلغت جملة الفائدة المركبة المحققة عن السنة الثالثة 5512.5 دج ، بينما بلغت جملة الفائدة المركبة عن السنة الحادية عشر 8144.47 دج، فإذا علمت انه بعد مدة من الزمن قام هذا الشخص بسحب أمواله من البنك فوجد في رصيده مبلغ 20789.28 دج، و المطلوب حساب مايلي:

معدل الفائدة، اصل المبلغ، مدة الاستثمار.

التمرين السابع:

شخص مدين بمبلغين يستحقان السداد بعد 15 سنة، حسبت قيمتهما الحالية للأول بمعدل 6% سنويا و الثاني بمعدل 8% سنويا ، فوجد أن مجموعهما يساوي 2299.54، فإذا حسبت القيمة الحالية للمبلغين على أساس معدل فائدة سنوي اسمي مقداره 7.5% يدفع على ثلاث مرات في السنة فان قيمتهما تنقص بمقدار 324.5، والمطلوب احسب مقدار كل من المبلغين.

التمرين الثامن:

قام شخص باستثمار مبلغ (x) في بداية كل سنة و لمدة 15 عاما و بمعدل فائدة مركبة 4.5% و عند نهاية السنة 15 تم إقراض المبلغ المحصل عليه إلي شخص آخر و الذي تعهد بسداده على 20 سنة و بأقساط سنوية ثابتة يدفع أولها بعد 3 سنوات من تاريخ الحصول على القرض و بمعدل 5.5% بعد تسديد القسط 12 اتفق المدين مع الدائن على تسديد المبلغ المتبقي فورا و مرة واحدة حيث كان مقداره 28570.47 و المطلوب:

- حساب قسط التسديد الثابت
- مبلغ رأس المال الذي تم إقراضه
- قيمة دفعة الاستثمار (x)

التمرين التاسع:

يقوم احد الأشخاص في نهاية كل سنة بإيداع مبلغ 1500 دج في احد البنوك و بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا، فما هو المبلغ الذي يمتلكه هذا الشخص عند نهاية 25 سنة من الاستثمار؟

في الحقيقة انه بدءا من الدفعة 16 يمكن لهذا الشخص أن يستثمر سنويا دفعة مقدارها 2500 دج ، ما هو المبلغ المحصل عليه عند نهاية السنة 25؟ بالإضافة إلى المبلغ المحصل عليهاستطاع هذا الشخص أن يحصل على قرض إضافي من أجل شراء أثاث منزلي، ولقد تم الاتفاق على سداد القرض من خلال 7 دفعات سنوية عادية، أولها تدفع بعد سنة من تاريخ الشراء و بمبلغ ثابت مقداره 3400 دج، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو 5.5% سنويا، ما هو ثمن الأثاث المنزلي المقدر عند تاريخ الشراء؟ ما هو معدل الفائدة المتعلق بالقرض إذا كان تسديد الدين يتم من خلال 10 دفعات سنوية مقدار الواحدة 2700 دج، مع العلم أن الدفعة الأولى تسدد عند نهاية السنة الأولى من تاريخ الشراء .

المحور الثالث: اختيار الاستثمارات

التمرين الأول

في بداية 1990، و لتوسع مشاريعها الاستثمارية، تنوي مؤسسة شراء آلات إنتاجية، و بعد دراسة المشروع، كانت التقديرات كالتالي:

النفقات: تسدد قيمة الآلات بدفعات متساوية على مدى 6 سنوات، الأولى في نهاية 1990، قيمة الدفعة 50000 دج. و تهلك هذه الآلات بعد 10 سنوات لتعطي قيمة متبقية قدرها 10000 دج .

الإيرادات: الأرباح السنوية الإضافية الصافية ابتداء من آخر 1990 تقدر بـ 35000 دج . هل بمعدل 8% يحقق هذا المشروع مردودية للمؤسسة أم لا؟ إذا لم يحقق المشروع مردودية بـ 8% فما هو المعدل الذي يناسب المؤسسة.

التمرين الثاني

ترغب مؤسسة في الحصول على تجهيز، و ترددت بين مشروعين:

البيان	تجهيز أ	تجهيز ب
كلفة الاستثمار الكلية	300000 دج	400000 دج
الإيرادات السنوية المتوقعة	120000 دج	14000 دج
مدة الاستعمال	5 سنوات	5 سنوات
قيمة الانقاص (المتبقية)	50000 دج	60000 دج

فإذا فر ضنا أن تكلفة التجهيز تدفع عند الشراء، و أن الإيرادات تتحقق في نهاية كل سنة. ما هو التجهيز الذي تختاره المؤسسة بمعدل فائدة 10% .

التمرين الثالث

لإحدى المؤسسات اختيار بين آلتين للإنتاج:

الآلة (أ): ثمن الشراء 75000 دج، عمر الإنتاج 5 سنوات، القيمة الباقية 4000 دج.

الإيراد الصافي المنتظر في نهاية السنة :

16000 دج للسنتين الأوليتين

42000 دج للسنوات الثلاثة الباقية

الآلة (ب): ثمن الشراء 90000 دج، عمر الإنتاج 5 سنوات، القيمة المتبقية معدومة، و الإيراد الصافي المنتظر في نهاية كل سنة 35000 دج.

المطلوب : ما هي الآلة التي تختارها إذا علمت أن معدل الخصم 10% ؟.

التمرين الرابع

يستشيرك مشروع عند اختيار استثمار و كان لديه فرضا:

- أ- الاحتفاظ بالآلات القديمة و لهذا عليه أن يتوقع إصلاحات بمبلغ 100000 دج حالا، ثم 80000 دج بعد 3 سنوات، و 100000 دج بعد 6 سنوات. و تبلغ الإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية كل سنة ابتداء من نهاية السنة الأولى 50000 دج خلال 10 سنوات و في نهاية العشر سنوات تصبح هذه الآلة لا قيمة لها.
- ب- شراء آلات جديدة : تسدد 80000 دج في الحال ثم 6 دفعات متساوية قيمة الدفعة 150000 دج الأولى في نهاية السنة الرابعة من شراء الآلات تبلغ الإيرادات الصافية المتوقعة في نهاية كل سنة 120000 دج خلال 10 سنوات .

و في نهاية 10 سنوات يمكن أن تباع هذه الآلات بمبلغ 50000 دج، و زيادة على ذلك فان شراء الآلات الجديدة يسمح ببيع الآلات القديمة حالا بمبلغ 40000 دج المطلوب:

بمعدل خصم سنوي قدره 10%، ما هو الحل الذي تقترحه على المؤسسة؟.

التمرين الخامس

للحصول على استثمار كان أمام مقاول الاختيار بين آلتين:

الآلة (أ): ثمن شراءها 80000 دج و تسمح بتحقيق الربح التالي، 18000 دج في نهاية السنة الأولى من استعمالها، و 40000 دج في نهاية السنوات الأربعة الموالية. و في نهاية السنة الخامسة قدرت قيمة انقاضها (المتبقية) 5000 دج.

الآلة (ب): ثمن شراءها 100000 دج، و كانت الأرباح مقدرة بـ 60000 دج في نهاية كل سنة من سنوات استعمالها. وقيمة انقاضها في نهاية السنة الخامسة لا شيء، ما هي الآلة التي يشتريها المقاول علما بان سعر الخصم 12% .

المحور الرابع: القروض و اهتلاكها

استهلاك القروض قصيرة الأجل

التمرين الأول

اقترض تاجر ن البنك الوطني مبلغ 20000 دج بمعدل فائدة بسيطة 10%، و اتفق مع البنك على تسديد هذا القرض على أربعة أقساط شهرية متساوية، الأول منها يستحق في نهاية الشهر الأول من تاريخ القرض، و الأخير في نهاية مدة القرض، احسب قيمة القسط.

التمرين الثاني

اقترض تاجر مبلغ ما من إحدى البنوك و اتفق مع البنك على أن يسدد على شكل دفعات شهرية خلال سنة، و في تاريخ استحقاق القسط السادس و بعد دفعة أراد التاجر أن يدفع الأقساط الباقية في الموعد السابق، إذا كان معدل الفائدة 10%، ما هي قيمة المبلغ الذي يوقعه فوراً.

التمرين الثالث

قام شخص بتمويل احد المستثمرين بمبلغ ائتمان ما و قد تعهد المستثمر بسداده هو و فوائده على أقساط متساوية تدفع في نهاية كل شهر و لفترة ائتمان مدتها سنة كاملة. فإذا كان معدل الفائدة البسيطة السنوي هو 6% . فما هو مبلغ الائتمان الذي قدمه الشخص للمستثمر إذا كانت قيمة القسط الشهري 859.65 دج.

التمرين الرابع

مستثمر معين حصل على تمويل قدره 300000 دج من احد الممولين و تعهد بسداده هو و فوائده على أقساط شهرية متساوية لمدة ائتمان سنة كاملة فإذا كانت قيمة القسط الشهري 25791 دج . فما هو معدل الفائدة البسيطة السنوي.

التمرين الخامس

اقترض شخص مبلغ 3000 دج لمدة سنة كاملة بمعدل فائدة 7% سنويا حيث تخصم الفائدة من القرض الأصلي و يسدد هذا القرض الأصلي عند نهاية المدة . احسب معدل الفائدة الحقيقي السنوي المحقق من هذا القرض.

التمرين السادس

اقترض شخص مبلغا ما، و اتفق على سداه و فوائده على أقساط ربع سنوية متساوية بمعدل فائدة بسيطة 11% سنويا لمدة سنتين فإذا بلغ القسط المتساوي مبلغ 500 دج، احسب قيمة القرض الأصلي :

- إذا كانت الأقساط تدفع أول كل ربع سنة
- إذا كانت الأقساط تدفع في نهاية كل ربع سنة

التمرين السابع

اقترض بشير مبلغ 10000 دينار من إحدى المؤسسات المالية بفائدة بسيطة معدلها السنوي 8%، و تم الاتفاق على أن تسدد الفوائد بشكل دوري في آخر كل ثلاثة أشهر، فإذا كانت مدة القرض 12 شهرا و أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد استلامه لها بفائدة معدلها السنوي 6% :
المطلوب إيجاد معدل الفائدة الذي حققه الدائن؟.

استهلاك القروض طويلة الأجل

التمرين الأول

قرض يسدد بواسطة 11 دفعة ثابتة تدفع الأولى عند نهاية السنة الأولى من استلام القرض، إذا علمت أن الفرق بين مبلغ القرض المتبقي سداه بعد دفع القسط الخامس و مبلغ القرض المتبقي بعد دفع القسط الثامن هو 57313.10 و المطلوب:

- مبلغ القرض
- مبلغ القسط الثابت
- معدل القرض
- الاستهلاك الأخير

التمرين الثاني

من خلال جدول استهلاك قرض يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة تدفع أولها في نهاية السنة الأولى من استلام القرض، تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة الأولى 1000 دج

فائدة السنة الثانية 836.20 دج

فائدة السنة الثالثة 2638 دج

مبلغ الدفعة الثابتة 2638 دج

المطلوب:

- معدل الفائدة
- الاستهلاك الأول
- قيمة القرض

التمرين الثالث

قرض يسدد بواسطة 9 دفعات ثابتة تدفع الأولى منها بعد سنة من الحصول على القرض إذا علمت أن مبلغ الدفعة الثابتة 1075.92 دج و الفرق بين الاستهلاك الأخير و الاستهلاك الأول 278.61 دج المطلوب حساب مايلي:

- الاستهلاك الأخير
- معدل القرض
- أصل القرض يعطى $(i+1)^8 = 1.368569$

التمرين الرابع

قرض يسدد على 6 أقساط متساوية بحيث يدفع القسط الأول بعد سنة من تاريخ إمضاء العقد، إذا كان مجموع الاستهلاك الأول و الاستهلاك الثاني 30755.43 و مجموع الاستهلاك الثاني و الاستهلاك الثالث هو 31985.65 فالمطلوب حساب مايلي على الترتيب:

- معدل الفائدة
- الاستهلاك الأول
- الاستهلاك الأخير

- قيمة القسط الثابت
- قيمة القرض الأصلي

التمرين الخامس

تم الحصول على قرض معين على أن يتم تسديده على أقساط متساوية يدفع أولها في 12/31 من نفس السنة . تعطى المعلومات التالية:

الاستهلاك الأول 43735.20 ، الاستهلاك السادس 53210.56 ، الاستهلاك الثاني عشر 67328.33 ، قيمة القسط الثابت هي 75735.20 ، احسب مايلي:

- معدل الفائدة لهذا القرض
- مبلغ القرض
- عدد الأقساط

التمرين السادس

قرض يستهلك على 10 أقساط متساوية حيث أن الاستهلاك الأول يساوي 79504.60 و الاستهلاك الثالث 87653.82 احسب مايلي:

- معدل الفائدة
- مبلغ القرض إذا كان القسط الثابت يساوي 129504.60
- الاستهلاك الأخير
- مبلغ القرض المتبقي بعد الاستهلاك الرابع
- اوجد العلاقة البسيطة التي تربط الاستهلاك الرابع و الاستهلاك السابع و الاستهلاك العاشر مع إيجاد قيمة الاستهلاك السابع.

التمرين السابع

انطلاقاً من المعلومات الموجودة في جدول الاستهلاك أدناه، لقرض يسدد على 8 دفعات ثابتة، المطلوب منك إتمامه.

المدة	رأسمال في بداية المدة	الفوائد	الاستهلاك	القسط	رأسمال في نهاية المدة
1	87444.00
2	105807.24
8	170403.64

التمرين الثامن

من جدول الاستهلاك لقرض عادي، يسدد بواسطة 6 أقساط ثابتة في نهاية السنة، استخرجنا البيانات التالية:

$$\text{الاستهلاك الثالث/الاستهلاك الأول} = 1.1025$$

فائدة السنة الأولى – فائدة السنة الثالثة = 4100 دج

المطلوب حساب حسب الترتيب:

- الاستهلاك الأول
- المعدل
- أصل القرض
- قيمة القسط
- أنجز السطر الأول، الرابع و الأخير من جدول الاستهلاك
- يعطى $(i+1)^6 = 1.340$

التمرين التاسع

يسدد قرض بستة دفعات ثابتة، ماهي :

- قيمة النسبة (الفائدة 5 – الفائدة 6) / (الفائدة 4 – الفائدة 5)
- اذكر الدفعة بدلالة الاستهلاك 6 و الاستهلاك 1
- برهن العلاقة التالية: الدفعة. الاستهلاك = 1 (الاستهلاك 4)²
- لو كان الفرق : الفائدة 4 – الفائدة 5 = 4000 دج و الفائدة 5 – الفائدة 6 = 4160 دج
- احسب: معدل الفائدة، الاستهلاك 4 ، الاستهلاك 5 ، الاستهلاك 6 ، الدفعة ، الاستهلاك 1، مبلغ القرض الأصلي.

التمرين العاشر

قامت شركة باقتراض مبلغ معين من بنك فإذا علم أن:

- يسدد القرض بدفع خمسة اقسطا سنوية متساوية يدفع أولها بعد سنة من تاريخ العقد.
- القسط من صال الدين و الفوائد معا
- الاستهلاك الثاني = 54639.229
- الاستهلاك الرابع = 64916.868

و بدون الرجوع إلي جداول الفائدة المركبة المطلوب تحديد كل من معدل الفائدة و قيمة القرض و القسط السنوي المتساوي.

المحور الخامس: التقنيات البورصية

التمرين الأول

- سند قتمه الاسمية 100000 دج و يستهلك بعد 10 سنوات من الآن بنسبة قدرها 105% من القيمة الاسمية، فإذا علمت أن السند يمنح فائدة سنوية بمعدل 4% ، المطلوب:
- تحديد علاوة أو خصم الشراء إذ كان المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل قدره 3% سنويا.
 - تحديد ثمن الشراء

التمرين الثاني

اشترى شخص سند قيمته الاسمية 100دج يستهلك بعد 10 سنوات بمبلغ 105دج فما هو الثمن الذي دفعه في شراء هذا السند إذا علم أن:

- أ- معدل الفائدة للسند الواحد 4% و معدل الاستثمار في السوق المالي 4%.
- ب- معدل الفائدة للسند الواحد 4% و معدل الاستثمار في السوق المالي 5%.
- ت- معدل الفائدة للسند الواحد 4% و معدل الاستثمار في السوق المالي 3.5%.
- ث- قارن بين كل من البنود(أ، ب، ت)

التمرين الثالث

شركة رغبت في زيادة رأسمالها، فاتفقت مع البنك على إصدار قرض سندي بالشروط التالية:

- القيمة الاسمية للسند 100دج
- يستهلك السند بعد 10 سنوات بنفس قيمته الاسمية
- تحسب قيمة الكوبون على أساس معدل فائدة 5%
- و عل فرض أن احد المستثمرين أراد ان يستثمر أمواله باقتناء بعض سندات هذه الشركة بنفس معدل الفائدة المنصوص عليه.
- المطلوب: تحديد ثمن شراء السند الواحد اليوم.

التمرين الرابع

- على فرض أن المستثمر في التمرين السابق أراد استثمار أمواله بـ: معدل 6% و معدل 4%
- المطلوب: تحديد ثمن شراء السند الواحد اليوم.

التمرين الخامس

اوجد ثمن شراء سند قيمته الاسمية 50دج يستهلك بنفس القيمة الاسمية بعد ثمانية سنوات من الآن إذا علم أن:

- أ- معدل الفائدة للسند الواحد 5% و معدل الاستثمار في السوق المالي 5%.
- ب- معدل الفائدة للسند الواحد 5% و معدل الاستثمار في السوق المالي 4%.
- ت- معدل الفائدة للسند الواحد 5% و معدل الاستثمار في السوق المالي 6%.
- ث- قارن بين كل من البنود(أ، ب، ت)

التمرين السادس

شركة أرادت زيادة رأسمالها بمبلغ مليون دج فقررت إصدار سندات من خلال بنك القيمة الاسمية للسند 100دج و يستهلك بنفس القيمة الاسمية بعد خمسة سنوات من الآن فإذا علم أن معدل الفائدة للسند سنويا 4%. عرض احد خبراء المال على مجلس إدارة الشركة الصورة التالية لاستهلاك هذا القرض، استهلاك السندات بدفع قسط من أصل القرض و الفوائد معا و تكون هذه الأقساط متساوية بقدر المستطاع. و المطلوب:

- إيجاد عدد السندات الواجب استهلاكها آخر كل عام
- عمل جدول الاستهلاك.

هوامش المطبوعة

- 1- منصر الياس، المحاضرات في الرياضيات المالية لطلبة السنة الثانية علوم التسيير، جامعة أكلي محند اولحاج، البويرة، 2015-2016، ص 07 .
- 2- جمال جعيل وأشرف الصوفي ، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة الحاج لخضر، باتنة، 2013-2014 ، ص ص 3-4.
- 3-منصر الياس، المحاضرات في الرياضيات المالية لطلبة السنة الثانية علوم التسيير، جامعة أكلي محند اولحاج، البويرة، 2015-2016، ص ص 9-11.
- 4- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995، ص 13.
- 8- شقيري نور موسى، وليد احمد صافي، محمود إبراهيم نور، الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 2009، ص 98 .
- 9- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية و التطبيق، دار المناهج للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الثانية 2001، ص 157.
- 10- مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، اليازوري العلمية للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة العربية 2013، ص 64 .
- 11- ثائر فيصل شاهر، سامر محمد عكور، الرياضيات في العلوم المالية و الإدارية، دار الحامد للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 2007 ، ص 222 .
- 12- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، أساسيات الرياضيات البحثة و المالية، دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية 2008 ، ص ص 218-219
- 13-غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية و التطبيق، دار المناهج للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الثانية 2001 ، ص 233.

14-<https://nedjmeddine.files.wordpress.com/.../d985d8afd8aed984-d9>

15-elbassair.net/BAC/telechargement/.../3as+can+fén+L04.pdf

16-HaminiAllal ,**Mathématiques financières** , office des publications universitaires, 3^{ème}edition 2006, tome1, p245.

17-HaminiAllal ,Opcit, p246.

18-<https://nedjmeddine.files.wordpress.com/.../d985d8afd8aed984-d9>

19-elbassair.net/BAC/telechargement/.../3as+can+fén+L04.pdf

20-HaminiAllal ,Opcit, p246.

21-احمد فريد مصطفى، دراسة الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، 2009، ص 9 .

22-<https://nedjmeddine.files.wordpress.com/.../d985d8afd8aed984-d9>.

23-iefpedia.com/arab/wp-content/uploads/2013/.../الفصل-الثالث.pdf

24-Hamini Allal ,Opcit, p248.

25-HaminiAllal ,Opcit, p247.

26- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلي الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة 2003، ص111.

27- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلي الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة 2003، ص113.

28- عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية فائدة بسيطة و مركبة، دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 1999، ص 153.

29- عدنان كريم نجم الدين، الرياضيات المالية، الاكاديميون للنشر و التوزيع، عمان- الأردن، الطبعة الأولى 2009، ص 85-86.

30- عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سبق ذكره، ص 153.

31- مرجع نفسه، ص 15.

32- مرجع نفسه، ص 158.

33- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر و التوزيع عمان، الطبعة الأولى 2014، ص243.

34- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل الي الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة 2003، ص127

35-مرجع نفسه، ص 123

36- مرجع نفسه، ص123

37- مرجع نفسه، ص124.

38- مرجع نفسه، ص125

39- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر و التوزيع عمان، الطبعة الأولى 2014، ص250.

40-Coordination Daniel Fredon, **Mathématiques financières avec rappels de cours**, Dunod, p112.

41-مصطفى جلال مصطفى وآخرون، رياضيات التمويل و الاستثمار، 2005-2006، ص ص319-320.

42-خالد احمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، الرياضيات المالية، دار الأيام للنشر و التوزيع، الطبعة العربية 2013، عمان ص219-220.

43-Catherine Maurice-BAUMONT, **Méthode des Mathématiques Appliquée à l'économie**, ellipses, p34.

44- خالد احمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، الرياضيات المالية، دار الأيام للنشر و التوزيع، الطبعة العربية 2013، عمان ص219-220.

45-جبار محفوظ، سلسلة التعريف بالبورصة الأوراق المالية الجزء الثاني، مطبعة دار هومة الطبعة الاولى 2002، ص71.74.75

46-مصطفى جلال مصطفى وآخرون، رياضيات التمويل و الاستثمار، 2005-2006، ص 321.

47- مرجع نفسه، ص322.

48-مرجع نفسه، ص323.

49-مرجع نفسه، ص329..

50- عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية فائدة بسيطة و مركبة، دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 1999، ص 403.

51- مصطفى جلال مصطفى وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص ص330-331.

قائمة المراجع

- 1- احمد فريد مصطفى، دراسة الجدوى الاقتصادية للمشروعات الاستثمارية، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، 2009.
- 2- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، أساسيات الرياضيات البحثية و المالية، دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية 2008 .
- 3- ثائر فيصل شاهر، سامر محمد عكور، الرياضيات في العلوم المالية و الإدارية، دار الحامد للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 2007.
- 4- جمال جعيل وأشرف الصوفي ، محاضرات في الرياضيات المالية، جامعة الحاج لخضر، باتنة، 2013-2014.
- 5- خالد احمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، الرياضيات المالية، دار الأيام للنشر و التوزيع، الطبعة العربية 2013.
- 6- ريم نجم الدين، الرياضيات المالية، الأكاديميون للنشر و التوزيع، عمان- الأردن، الطبعة الأولى 2009.
- 7- شقيري نور موسى، وليد احمد صافي، محمود إبراهيم نور، الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 2009.
- 8- عمر عبد الجواد عبد العزيز، الرياضيات المالية فائدة بسيطة و مركبة، دار صفاء للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الأولى 1999.
- 9- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة، دار المناهج للنشر و التوزيع عمان، الطبعة الأولى 2014.
- 10- غازي فلاح المومني، الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية و التطبيق، دار المناهج للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة الثانية 2001.
- 11- مصطفى جلال مصطفى وآخرون، رياضيات التمويل و الاستثمار، 2005-2006.
- 12- منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلي الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة 2003.

- 13-مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، اليازوري العلمية للنشر و التوزيع، عمان، الطبعة العربية 2013.
- 14-منصر الياس، المحاضرات في الرياضيات المالية لطلبة السنة الثانية علوم التسيير، جامعة أكلي محند اولحاج، البويرة، 2015-2016 .
- 15- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995.
- 16- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير، الرياضيات المالية، الجزء الثاني (التمارين و الحلول) ، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995.
- 17-<https://nedjmeddine.files.wordpress.com/.../d985d8afd8aed984-d9>
- 18-elbassair.net/BAC/telechargement/.../3as+can+fén+L04.pdf
- 19-Hamini Allal , **Mathématiques financières** , office des publications universitaires, 3^{ème}edition 2006, tome1.
- 20-iefpedia.com/arab/wp-content/uploads/2013/.../الفصل-الثالث.pdf
- 21-Coordination Daniel Fredon, **Mathématiques financières avec rappels de cours**, Dunod.
- 22-Catherine Maurice-BAUMONT, **Méthode des Mathématiques Appliquée à l'économie**, ellipses.